

ECONOMIE GENERALE INITIATION

Année scolaire 2014-2015

Contrôles de connaissances

Annales 2009-2014

CORRIGES

Ecole des Ponts – Paris Tech

Stéphane Gallon

TABLE DES MATIERES

Page

Contrôles de connaissance des années antérieures

Sujets

Contrôles à mi parcours (1h30)

Année scolaire 2009-2010 : 3 décembre 2009	3
Année scolaire 2010-2011 : 13 décembre 2010	7
Année scolaire 2011-2012 : 13 décembre 2011	12
Année scolaire 2012-2013 : 10 décembre 2012	17
Année scolaire 2013-2014 : 9 décembre 2013	19

Contrôles finals (3h)

Année scolaire 2009-2010 : 25 janvier 2010	25
Année scolaire 2010-2011 : 4 février 2011	33
Année scolaire 2011-2012 : 30 janvier 2012	45
Année scolaire 2012-2013 : 4 février 2013	53
Année scolaire 2013-2014 : 3 février 2014	64

Année scolaire 2009-2010
CORRIGE DU CONTRÔLE INTERMEDIAIRE DES CONNAISSANCES
Durée : 1h30
3 décembre 2009

Exercice 1 - Consommation (3 points)

1)

γ traduit la préférence pour le présent du consommateur (si ce paramètre est nul, seule la consommation future compte).

Un modèle où les revenus décroissent avec le temps, voire sont nuls en fin de période, correspond plutôt à un consommateur en fin de vie professionnelle, quittant une activité professionnelle rémunérée (année 1) pour une retraite (année 2).

2)

La contrainte de budget intertemporelle du consommateur s'écrit $R_1 = p_1 \cdot C_1 + \frac{p_2}{1+r} \cdot C_2$

La maximisation de $C_1^\gamma \cdot C_2^{1-\gamma}$ sous contrainte $R_1 = p_1 \cdot C_1 + \frac{p_2}{1+r} \cdot C_2$ équivaut à la maximisation sur C_1 de l'expression $\gamma \cdot \ln(C_1) + (1-\gamma) \cdot \ln\left(\left(\frac{1+r}{p_2}\right) \cdot (R_1 - p_1 \cdot C_1)\right)$.

On en déduit immédiatement $\gamma \cdot \frac{1}{C_1} - (1-\gamma) \cdot \frac{p_1}{R_1 - p_1 \cdot C_1} = 0$ et $C_1 = \frac{\gamma R_1}{p_1}$.

On en déduit $C_2 = \frac{(1+r) \cdot (1-\gamma) \cdot R_1}{p_2}$

3)

C_1 ne dépend que des variables présentes : les anticipations d'inflation ou un changement de taux d'intérêt sont sans aucune influence sur la décision de consommation de la période en cours.

Cela n'empêche pas le consommateur d'égaliser son taux de préférence pour le présent ψ (défini par

$1 + \psi = - \frac{dC_2}{dC_1} \Big|_{u=cste}$) au taux d'intérêt réel ρ (défini par $1 + \rho = \frac{p_1}{p_2} \cdot (1+r)$), conformément au résultat

vu en cours.

En effet, ici : $1 + \psi = - \frac{dC_2}{dC_1} \Big|_{u=cste} = \frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} = \frac{\gamma}{1-\gamma} \cdot \frac{C_2}{C_1} = \frac{\gamma}{1-\gamma} \cdot \frac{\frac{(1+r) \cdot (1-\gamma) \cdot R_1}{p_2}}{\frac{\gamma R_1}{p_1}} = 1 + \rho$.

Seulement, tout l'ajustement se fait uniquement sur C_2 .

Exercice 2- Investissement (3 points)

1)

$I_0 = P_e \cdot I_{MW}$ et $B_n = P_e \cdot T \cdot (p - c)$

2)

$$VAN = -P_e \cdot I_{MW} + \sum_{i=1}^N \frac{P_e \cdot T \cdot (p - c)}{(1+r)^i}$$

$$VAN = -P_e \cdot I_{MW} + P_e \cdot T \cdot (p - c) \cdot \frac{(1+r)^N - 1}{r \cdot (1+r)^N}$$

Avec les données de l'énoncé, et le degré de prévisions demandé, on obtient une VAN nulle.

Les tarifs de rachat sont fixés à un niveau suffisant pour permettre que des investisseurs retenant un taux d'actualisation de 8% financent ce type de projets.

3)

a) Les entreprises privées utilisent souvent comme taux d'actualisation leur coût moyen pondéré du capital (CMPC), qui reflète leur coût de financement.

La crise économique a dégradé les conditions de financement des entreprises :

- la crise a été accompagnée d'une hausse des taux des emprunts aux entreprises (donc une hausse du coût de la dette) ;

- une baisse des cours de bourse (CAC 40 par exemple) est intervenue pendant la crise. Celle-ci traduit une exigence plus forte de rémunération des fonds propres apportés aux entreprises par les actionnaires (donc une hausse du « coût » des fonds propres).

Le coût moyen pondéré du capital pour les entreprises privées, qui est égal la moyenne pondérée du coût de la dette et du « coût » des fonds propres, est donc augmenté par la crise.

Comme les entreprises privées retiennent en général un taux d'actualisation égal à leur coût moyen pondéré du capital, la crise économique les conduit donc *a priori* à retenir un taux d'actualisation plus élevé pour leurs décisions d'investissements.

La VAN décroissant ici avec le taux d'actualisation (somme de fonctions décroissantes, car en $\frac{1}{(1+r)^i}$), celle-ci devient dans le cas étudié négative : le projet ne sera plus entrepris.

b)

La VAN décroît avec le montant des investissements initiaux.

Si ceux-ci diminuent, la VAN va devenir positive et les investisseurs auront une rémunération supérieure au taux d'actualisation qu'ils retiennent.

Les pouvoirs publics pourraient baisser les tarifs de rachat tout en ne menaçant pas la conduite des projets.

Problème - la double marginalisation (14 points)

1)

$C^{Nut}(x) = \text{coût}_{\text{fixe}} + \int_0^x C_m^{Nut}(u) du = cx$ car le coût fixe est nul. Le coût marginal du bien vendu au consommateur est le coût de production d'une unité supplémentaire de ce bien.

2)

Ella a bien des consommations intermédiaires qui représentent un coût (la noisette). Par contre, elle ne subit aucun coût de transformation ni de coût de mise en vente (marketing...), ce qui semble étonnant (si Ella n'est pas une structure vide, elle a au moins un salarié, dont le coût du travail n'apparaît nulle part !). Il s'agit ici d'un choix de modélisation, qui considère que le coût du processus de transformation est très faible devant celui des consommations intermédiaires (exemple des diamantaires, encore souvent localisés en Europe malgré la cherté du facteur travail, et qui n'ont pas besoin de structure marketing).

$$\Pi^{Ella} = pD(p) - p_1x = (p - p_1 / \delta)D(p)$$

3)

Il faut supposer ici que la fonction de demande permet au profit calculé à la question précédente d'être dérivable et (quasi-)concave. Sous réserve de cette condition, la maximisation du profit revient à l'annulation de sa dérivée partielle par rapport à p :

$$\frac{d\Pi^{Ella}}{dp} = 0 \Rightarrow D(p) + (p - p_1/\delta) \frac{dD}{dp} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\tilde{p}} (\tilde{p} - p_1/\delta) = - \frac{D}{dD} \frac{dp}{p} \Big|_{p=\tilde{p}} = \frac{-1}{d \ln D / d \ln p} \Big|_{p=\tilde{p}} = -\varepsilon$$

ε est par définition l'élasticité relative de la demande au prix.

Le taux de marge est la part relative du prix final qui est captée par Ella, le reste étant reversé à Nut.

4)

Π^{Ella} se réécrit $\Pi^{Ella} = p^{1-\alpha} - p_1/(\delta p^\alpha)$. Si $\alpha < 1$, le profit n'est plus concave et il n'est pas possible de le maximiser : quel que soit le prix de départ, Ella a intérêt à l'augmenter car elle fait ainsi croître son profit. Mais la situation $\alpha < 1$ est peu probable pour une pâte à tartiner (en tous les cas si elle ne contient que des noisettes ! ☺). En effet, ce type de fonction d'offre s'observe en particulier pour des produits de nécessité impérieuse (eau, sel, médicaments) qui n'ont pas de bien de substitution ; et aussi pour les substances addictives (cigarette, drogue).

5)

A partir du résultat de la question 3, $\tilde{p} - p_1/\delta = -\tilde{p}/\varepsilon = \tilde{p}/\alpha \Rightarrow \tilde{p} = \alpha p_1 / (\delta(\alpha - 1))$.

$\tilde{p}(p_1)$ décroît avec δ : Ella répercute une partie de ses gains de productivité au consommateur.

Application numérique : $\tilde{p} = 2p_1$.

6)

$$x^* = q^*/\delta = D(p)/\delta = \frac{1}{\delta} \left(\frac{\delta(\alpha-1)}{\alpha p_1} \right)^\alpha = \frac{1}{4p_1^2}$$

7)

$$\Pi^{Nut} = (p_1 - c)x = (p_1 - c) \frac{1}{\delta} \left(\frac{\delta(\alpha-1)}{\alpha p_1} \right)^\alpha \Rightarrow \ln(\Pi^{Nut}) = cste - \alpha \ln(p_1) + \ln(p_1 - c)$$

$$\frac{d \ln \Pi^{Nut}}{d \ln p_1} = 0 \Rightarrow \frac{1}{p_1 - c} - \alpha / p_1 = 0 \Rightarrow p_1^* = \alpha c / (\alpha - 1) = 2c$$

En utilisant le résultat de la question 5, on en déduit $p^* = \frac{\alpha p_1}{\delta(\alpha - 1)} = \frac{\alpha^2 c}{\delta(\alpha - 1)^2} = 4c$

8)

$$\Pi^{Ella^*} = D(p^*)(p^* - p_1^*/\delta) = 1/(4c)^2 (4c - 2c/1) = \frac{1}{8c}$$

$$\Pi^{Nut^*} = \frac{1}{\delta} D(p^*)(p_1^* - c) = 1/(4c)^2 (2c - c) = \frac{1}{16c}$$

9)

$$\Pi = pD(p) - D(p)c / \delta$$

$$\frac{d\Pi}{dp} = 0 \Rightarrow p \frac{dD}{dp} + D(p) - \frac{c}{\delta} \frac{dD}{dp} = 0 \Rightarrow \bar{p} = \frac{c}{\delta} - \frac{D(p)}{dD/dp}$$

Le coût marginal est c / δ : comme D est décroissante, le prix $\bar{p}$ est supérieur au coût marginal, qui est le prix obtenu dans le cas concurrentiel. On aboutit ici encore à un résultat classique sur les monopoles (tarification au dessus du coût marginal).

Avec les simplifications proposées par l'énoncé, $\Pi = p / p^2 - c / (\delta p^2) = 1 / p - c / p^2$. En dérivant le

$$\text{logarithme, l'on obtient } \frac{d\Pi}{dp} = 0 \Rightarrow -1 / \bar{p}^2 + 2c / \bar{p}^3 = 0 \Rightarrow \bar{p} = 2c < p^*$$

$$\text{On en déduit } \bar{\Pi} = 2c / (2c)^2 - c / (2c)^2 = 1 / 2c - 1 / 4c = 1 / 4c > \Pi^{Ella*} + \Pi^{Nut*}$$

10)

Cf. supra : le prix après avec fusion des monopoles est inférieur à celui avant fusion ; et inversement pour le profit agrégé. La fusion des monopoles est donc une décision qui augmente le surplus collectif, et qui bénéficie à la fois aux producteurs et aux consommateurs. Cette fusion permet d'éviter un comportement de « double marge » (ie. la marge prise par Ella (cf. Q.3) et celle prise par Nut) qui pousse les prix vers le haut, conduisant à une raréfaction de la demande et in fine à des profits plus faibles.

L'intégration verticale, sur cet exemple, permet d'avoir un profit plus important qu'en cas de scission tout en pratiquant des prix plus bas. Ainsi, une entreprise intégrée verticalement peut évincer ses concurrentes qui ont une chaîne de production scindée : à profit égal, l'entreprise intégrée sera en mesure de vendre moins cher.. Cette situation crée une barrière à l'entrée pour les nouvelles entreprises s'appuyant sur une production scindée (puisque l'entreprise intégrée peut vendre moins cher), de sorte que le marché n'est plus contestable que par une autre entreprise intégrée (rendant la contestation plus difficile). Enfin, l'absence de prix de marché pour les consommations intermédiaires affaiblit les possibilités de contrôle (par un éventuel régulateur, par le consommateur) sur la tarification pratiquée qui gagne en opacité.

Année scolaire 2010-2011

CORRIGE DU CONTRÔLE INTERMEDIAIRE DES CONNAISSANCES

Durée : 1h30

13 décembre 2010

I Exercice – Consommation (20 points)

1) (2 points)

$$px + qy = R$$

L'absence d'illusion monétaire permet de supposer $q=1$ (les prix ne sont définis qu'à une constante multiplicative près).

2) (12 points)

En utilisant la contrainte budgétaire, on peut réécrire la fonction d'utilité comme une fonction de x uniquement

en prenant garde à ce que $x \in \left[0; \frac{R}{p}\right]$ (positivité de y) :

$$U(x, y) = x^2 \cdot (R - px) \text{ si } x < 1$$

$$U(x, y) = R - px \text{ si } x \geq 1$$

L'examen de la fonction $f(x) = x^2 \cdot (R - px)$ pour $x \in \left[0; \frac{R}{p}\right]$ indique qu'elle est croissante sur $\left[0; \frac{2R}{3p}\right]$

et décroissante sur $\left[\frac{2R}{3p}; \frac{R}{p}\right]$ car sa dérivée est $f'(x) = x \cdot (2R - 3px)$. Elle atteint donc son maximum pour

$$x^* = \frac{2R}{3p}.$$

Quant à la fonction $R - px$, elle est évidemment décroissante avec x et sa maximisation sur $[1; +\infty[$ nécessite de prendre $x = 1$

Par conséquent :

- Si $\frac{2R}{3p} < 1$ (revenu R inférieur au seuil $\frac{3p}{2}$), l'utilité est croissante avec x sur $\left[0; \frac{2R}{3p}\right]$ puis

décroissante sur $\left[\frac{2R}{3p}; +\infty\right]$ et elle atteint son maximum pour $x = \frac{2R}{3p}$. Les fonctions de demande sont

$$\begin{cases} x = \frac{2R}{3p} \\ y = \frac{R}{3} \end{cases}$$

- Si $\frac{2R}{3p} \geq 1$ (revenu R supérieur au seuil $\frac{3p}{2}$), l'utilité est croissante avec x sur $[0; 1]$ puis décroissante

sur $[1; +\infty[$ et elle atteint son maximum pour $x = 1$. Les fonctions de demande sont

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = R - p \end{cases}$$

Il existe donc un revenu seuil $\frac{3p}{2}$ à partir duquel la consommation de x reste constante à 1, tout surcroît de revenu devenant consacré à la seule consommation de y .

D'après les définitions du cours, x et y sont des biens normaux car x et y augmentent avec R .

Ce sont des biens typiques car x diminue avec p et y diminue avec q (si on n'avait pas pris $q=1$ on aurait trouvé

$$\begin{cases} x = \frac{2R}{3p} \\ y = \frac{R}{3q} \end{cases} \text{ si } \frac{2R}{3p} < 1 \text{ et } \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{R-p}{q} \end{cases} \text{ si } \frac{2R}{3p} \geq 1.$$

3) (6 points)

La part de dépense de x dans le revenu c'est-à-dire $\frac{px}{R}$ vaut $\frac{2}{3p}$ jusqu'à $R = \frac{3p}{2}$ puis $\frac{1}{R}$ pour $R \geq \frac{3p}{2}$.

Elle décroît donc avec R et x s'apparente donc à un bien prioritaire, sa consommation atteint un plafond (exemple : nourriture, habillement).

La part de dépense de y dans le revenu c'est-à-dire $\frac{y}{R}$ vaut $\frac{1}{3}$ jusqu'à $R = \frac{3p}{2}$ puis $1 - \frac{p}{R}$ pour $R \geq \frac{3p}{2}$.

Elle est croissante avec le revenu, il s'agit donc d'un bien de luxe (exemple : loisir).

II Exercice – Production (20 points)

1) (3 points)

La dérivée de $C(q) = \frac{2}{3}q^3 - 5q^2 + 18q$ est $C_m(q) = 2q^2 - 10q + 18$ qui est toujours positif (le discriminant de ce polynôme du second degré est -44 qui est négatif : pas de racine réelle). Le coût de production croît donc bien avec la quantité produite.

Comme $C(0) = 0$ et que la fonction de coût est croissante, le coût est bien positif pour toute quantité q .

Et il n'y a pas de coût fixe.

2) (2 points)

Le coût marginal, déjà calculé à la question 1, est $C_m(q) = 2q^2 - 10q + 18$.

Le coût moyen, est $C_M(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{2}{3}q^2 - 5q + 18$

3) (4 points)

- La dérivée du coût marginal $\frac{dC_m}{dq} = 4q - 10$ indique que le coût marginal décroît sur $\left[0; \frac{5}{2}\right]$ et croît sur $\left[\frac{5}{2}; +\infty\right]$. Les valeurs notables sont $C_m(0) = 18$; $C_m\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{11}{2}$; $C_m(+\infty) = +\infty$. La courbe représentative est une branche de parabole.

- La dérivée du coût moyen $\frac{dC_M}{dq} = \frac{4}{3}q - 5$ indique que le coût moyen décroît sur $\left[0; \frac{15}{4}\right]$ et croît sur $\left[\frac{15}{4}; +\infty\right]$. Les valeurs notables sont $C_M(0) = 18$; $C_M\left(\frac{15}{4}\right) = \frac{69}{8}$; $C_M(+\infty) = +\infty$. La courbe représentative est une branche de parabole.

- Les deux courbes partent de la même origine $C_m(0) = C_M(0) = 18$ et se recoupent au minimum du coût moyen (résultat général vu en cours) c'est-à-dire pour $q = \frac{15}{4}$, valeur supérieure à celle $q = \frac{5}{2}$ qui rend le coût marginal minimal. Le coût marginal est d'abord inférieur au coût moyen puis supérieur. On obtient le graphe ci-après.

4) (3 points)

La quantité q offerte est celle qui maximise le profit c'est-à-dire qui égalise prix et coût marginal (condition du premier ordre) avec une dérivée du coût marginal positive (condition du second ordre). De plus, il faut que le profit soit bien positif donc que le coût moyen soit inférieur au prix.

On obtient ainsi la courbe d'offre représentée en rouge sur le graphe ci-après.

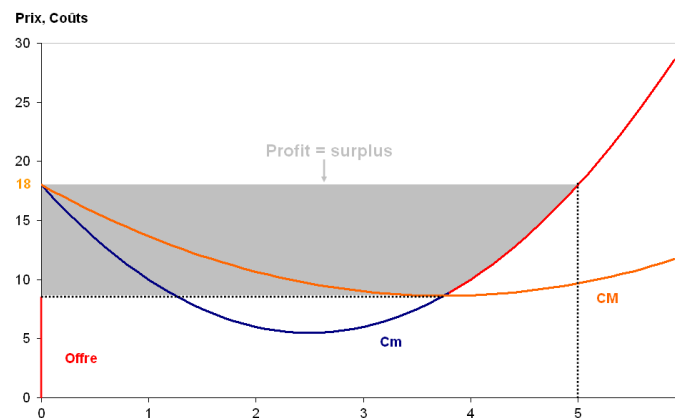
5) (4 points)

Pour $p = 18$, on trouve $C_m(q) = p \Leftrightarrow 2q \cdot (q - 5) = 0$.

La solution $q = 0$ donne un minimum du profit (qui est nul) alors la valeur $q = 5$ correspond à un maximum du profit : c'est donc la quantité produite par l'entreprise. Elle conduit au profit suivant

$$\Pi = pq - C(q) = 18 \cdot 5 - \frac{2}{3}(5)^3 + 5(5)^2 - 18 \cdot 5 = \frac{5^3}{3}.$$

Graphiquement, le surplus s'obtient par l'intégrale sur la courbe d'offre, au coût fixe près mais ce dernier est ici nul. C'est donc exactement le profit que l'on obtient ainsi. C'est l'aire grisée sur le graphe ci-après.



6) (4 points)

Le même raisonnement que précédemment conduit à rechercher les points où le prix est égal au coût marginal et où le coût marginal croît. Ceci donne A et C.

Dans le cas A, le surplus est l'aire 1a.

Dans le cas C, le surplus est l'aire 1a plus l'aire 3a moins l'aire 2a.

Comme on voit que l'aire 3a est plus grande que l'aire 2a, c'est avec C que le surplus est le plus grand.

L'entreprise produit donc $q_C \approx 4,76$ et le surplus obtenu est représenté graphiquement par les aires 1a et 3a comptées positivement et l'aire 2a comptée négativement. Il s'agit exactement du profit de l'entreprise car le coût fixe est ici à nouveau nul.

III - Questions brèves

A) (7 points)

a) (3 points)

Soit $\lambda > 1$. Alors $f_1(\lambda K, \lambda L) = \lambda^5 K^2 L^3 = \lambda^5 f_1(K, L) > \lambda f_1(K, L)$

Les rendements sont donc croissants : l'optimisation de la production impose de concentrer la fabrication dans une seule entreprise.

L'efficacité productive impose par conséquent un monopole. Afin d'éviter les défauts liés à un monopole laissé libre de maximiser son profit (production faible, prix élevés, qualité médiocre), on peut opter soit pour un monopole public soit pour un monopole privé soumis à forte régulation publique.

b) (4 points)

Soit $\lambda > 1$. Alors $f_2(\lambda K, \lambda L) = \lambda^{\frac{5}{6}} f_2(K, L) < \lambda f_2(K, L)$

Avec la nouvelle fonction de production, les rendements sont maintenant décroissants.

L'efficacité productive exige maintenant de disperser la production dans un grand nombre de petites entreprises. En particulier, si l'on répartit, dans N entreprises identiques, le capital total K et le travail total L qui sont

disponibles dans l'économie, on produira au total $N f_2\left(\frac{K}{N}, \frac{L}{N}\right) = N^{\frac{1}{6}} f_2(K, L) \xrightarrow{N \rightarrow +\infty} +\infty$, et qui est

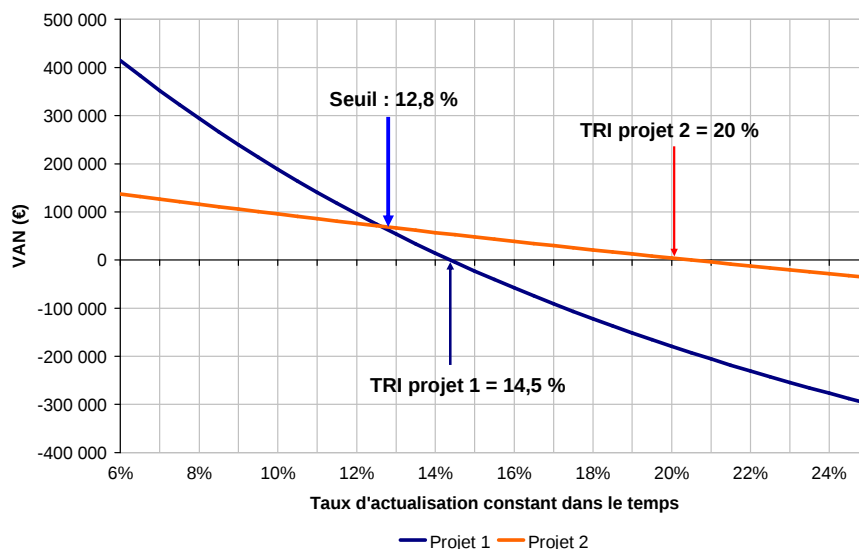
donc plus grand que $f_1(K, L)$ dès que N est assez grand. Ceci prouve qu'il vaut mieux avec plusieurs entreprises dotées de la fonction de production f_2 qu'avec une seule entreprise dotée de la fonction de production f_1 .

Cette situation impose le passage à la concurrence avec un nombre aussi grand que possible d'entreprises.

On a décrit ici le cas historique d'activités exploitées par monopole jusqu'à ce qu'une innovation technique autorise le passage à la concurrence (téléphonie...).

B) (7 points)

On repère sur le graphe les valeurs clefs indiquées ci-après.



a) (3,5 points)

Si les deux projets sont exclusifs l'un de l'autre, il faut faire :

- le projet 1 si le taux d'actualisation est inférieur à 12,8 % ;
- le projet 2 si le taux d'actualisation est compris entre 12,8 % et 20 % ;
- aucun projet si le taux d'actualisation est supérieur à 20 %.

b) (3,5 points)

Si on peut réaliser les deux projets simultanément il faut faire :

- les projets 1 et 2 si le taux d'actualisation est inférieur à 14,5 % ;

- le projet 2 uniquement si le taux d'actualisation est compris entre 14,5 % et 20 % ;
- aucun projet si le taux d'actualisation est supérieur à 20 %.

C) (6 points)

a) (3 points)

Un investisseur neutre au risque raisonne en espérance de gain et attribue donc à la détention d'une action Jodaji la valeur présente $\frac{E(D_1) + E(V_1)}{1 + r}$ où D_1 est le dividende versé l'année 1, V_1 est le cours de l'action après paiement du dividende l'année 1, et où r est le taux d'actualisation sans risque entre l'année 0 et l'année 1.

L'application numérique donne une valeur présente de 200€.

b) (3 points)

Cette valeur présente est supérieure au cours actuel de l'action sur le marché (197€) : les investisseurs présents sur le marché ne sont pas neutres au risque, ils sont averses au risque.

D'après le calcul précédent, tous les investisseurs neutres au risque devraient acheter l'action à 197€, faisant ainsi monter le cours de l'action Jodaji.

Année scolaire 2011-2012

CORRIGE DU CONTRÔLE INTERMEDIAIRE DES CONNAISSANCES

Durée : 1h30

13 décembre 2011

I. Exercice – Ouverture des marchés, gains au libre échange (20 points)

Question 1 (3 points) :

a) (1 point)

Comme $k_1 < k_2$, les entreprises du pays 2 sont plus performantes que celles du pays 1 (leur coût de production est inférieur à quantité produite identique).

b) (1 point)

Le coût moyen de production $C_{Mi}(y_i) = \frac{C_i(y_i)}{y_i} = \frac{y_i}{2 \cdot k_i}$ est une fonction croissante de la quantité produite

y_i : les rendements d'échelle sont donc décroissants.

Dans cette situation, les entreprises n'auront pas d'incitation à fusionner pour diminuer les coûts de production, ce qui est bien compatible avec l'existence de plusieurs producteurs comme le suppose l'énoncé.

c) (1 point)

La demande pour le bien étudié diminue avec le prix du bien : il s'agit donc d'un bien typique et non d'un bien de Giffen.

Question 2 (4 points) :

a) (2 points)

La maximisation du profit conduit à l'égalité du prix et du coût marginal (on vérifie facilement que l'on a bien un maximum en dérivant la fonction de profit), ce qui donne

$$y_s^i(p_i) = k_i p_i$$

puis

$$Y_s^i(p_i) = n k_i p_i.$$

b) (2 points)

On obtient

$$\pi_i(p_i) = \frac{k_i p_i^2}{2}$$

puis

$$\Pi_i(p_i) = \frac{n k_i p_i^2}{2}$$

Question 3 (2 points) :

(2 points)

Graphiquement, le surplus s'apparente à l'aire sous la courbe de demande si on place les prix en ordonnée et les quantités en abscisse. Il est nul si le prix dépasse 1. Sinon, c'est l'aire d'un triangle rectangle dont les côtés perpendiculaires ont pour longueur $1 - p_i$ sur l'axe des ordonnées et $m \cdot (1 - p_i)$ sur l'axe des abscisses :

$$S(p_i) = \frac{m \cdot (1 - p_i)^2}{2}.$$

On peut aussi trouver ce résultat par la formule donnant le surplus à partir d'un calcul d'intégrale : $S(p_i) = \int_0^{y_i} X_i^{d-1}(y) dy - p_i y_i = \frac{1}{2} (1 - p_i) X_i^d(p_i) = \frac{m}{2} (1 - p_i)^2$ si $p_i < 1$, $S(p_i) = 0$ sinon.

Question 4 (5 points) :

a) (1 point)

L'équilibre offre-demande sur le marché du pays i s'écrit $nk_i p_i = m(1 - p_i)$, donc

$$\hat{p}_i = \frac{m}{m + nk_i}$$

On vérifie bien que $\hat{p}_i < 1$.

b) (1 point)

La formule précédente indique que le prix d'équilibre diminue avec n : plus il y a d'entreprises dans un pays, plus la concurrence est forte (aussi : plus le coût de production agrégé est faible car on exploite mieux les rendements décroissants), et plus le prix d'équilibre est faible.

La formule indique que le prix d'équilibre augmente avec m (ce prix peut se réécrire $\frac{1}{1 + \frac{n \cdot k_i}{m}}$ qui augmente

clairement avec m) : plus la demande des consommateurs est forte, plus le prix est élevé.

Toutes ces variations sont conformes à l'intuition économique.

c) (1 point)

La formule précédente indique que le prix d'équilibre diminue avec k_i : plus les entreprises sont performantes, plus leur coût de production est faible et plus le prix sur le marché est faible.

Le prix d'équilibre est donc plus élevé dans le pays 1 (peu efficace) que dans le pays 2 (efficace). Là encore, ceci est conforme à l'intuition.

d) (1 point)

En remplaçant le prix par son expression trouvée précédemment, on obtient directement :

$$\Pi_i(\hat{p}_i) = \frac{nk_i m^2}{2(m + nk_i)^2}$$
$$S(\hat{p}_i) = \frac{mn^2 k_i^2}{2(m + nk_i)^2}$$

e) (1 point)

On obtient ensuite en sommant :

$$\widehat{W}_i = \frac{1}{2} \phi(k_i) \text{ avec } \phi(k_i) = \frac{nmk_i}{m + nk_i}$$

Question 5 (6 points) :

a) (1 point)

L'équilibre du marché total s'écrit : $n(k_1 + k_2)p = 2m(1 - p)$, ce qui conduit à :

$$p^* = \frac{m}{m + n \cdot \left(\frac{k_1 + k_2}{2} \right)}$$

b) (1 point)

Comme $k_1 < \frac{k_1 + k_2}{2} < k_2$, on observe que $\hat{p}_2 < p^* < \hat{p}_1$. L'ouverture des échanges conduit à une hausse du prix dans le pays 2 (où le prix en autarcie était le plus bas), et a eu l'effet inverse dans le pays 1.

En ce qui concerne les consommateurs : dans le pays 1, ils paient moins cher, et consomment plus ; leur surplus s'accroît. Ils gagnent à l'ouverture des échanges. C'est l'inverse dans le pays 2 où les consommateurs paient plus cher et consomment moins : ils sont perdants.

En ce qui concerne les producteurs, les formules de profit de la question 2 indiquent que leur surplus était fonction croissante du prix du vente. Par conséquent, ils sont gagnants dans le pays 2 et perdants dans le pays 1 quand les échanges sont ouverts.

c) (1 point)

En utilisant la formule donnant le nouveau prix d'équilibre, on obtient directement :

$$S(p^*) = \frac{m}{2}(1 - p^*)^2 = \frac{mn^2(k_1 + k_2)^2}{2[n(k_1 + k_2) + 2m]^2}$$

qui est le même dans chaque pays puisque les caractéristiques des consommateurs sont les mêmes et qu'ils font face au même prix.

On obtient également

$$\Pi_i(p^*) = \frac{nk_i p^{*2}}{2} = \frac{2nk_i m^2}{[n(k_1 + k_2) + 2m]^2}$$

d) (1 point)

La somme des surplus calculés précédemment donne

$$W^* = \frac{m \cdot n \cdot (k_1 + k_2)}{2m + n \cdot (k_1 + k_2)}$$

e) (1 point)

En introduisant la fonction Φ , on trouve directement

$$W^* = \Phi\left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)$$

$\Phi(x) = \frac{n \cdot m}{n + \frac{m}{x}}$ a la même convexité que $\frac{1}{1 + \frac{\alpha}{x}}$ où α est une constante positive : c'est une fonction concave.

Comme $k_1 < \frac{k_1 + k_2}{2} < k_2$, on en déduit $\Phi\left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right) \geq \frac{1}{2} \cdot (\Phi(k_1) + \Phi(k_2))$

Autrement dit $W^* > \frac{1}{2}\phi(k_1) + \frac{1}{2}\phi(k_2) = \widehat{W}_1 + \widehat{W}_2$

f) (1 point)

Même s'il y a des gagnants et des perdants (on l'a déjà vu à la question 5.b.), le bien être total est accru lorsque les marchés sont ouverts. Cela signifie que le libre échange entre les deux pays est souhaitable du point de vue mondial (le monde est ici formé des deux pays) et qu'il est possible en théorie de redistribuer les gains tirés de cette ouverture des échanges de telle sorte que tous les agents en tirent davantage de bien-être. Ceci repose toutefois sur l'hypothèse d'une fiscalité redistributive qui est difficile à mettre en place déjà au sein d'un pays (exemple : transférer du surplus des consommateurs du pays 1 qui y gagnent aux producteurs du pays 1 qui y perdent) et encore plus entre pays différents (exemple : transférer du surplus des consommateurs du pays 1 pour indemniser les consommateurs du pays 2).

II Exercice – Rentabilité d’investissements d’économie d’énergie (20 points)

1) (3 points)

La Valeur Actualisée Nette de la rénovation est donnée par

$$VAN = -I + \sum_{n=1}^{30} \frac{S \cdot E \cdot P}{(1+r)^n} = -I + S \cdot E \cdot P \cdot \frac{1}{r} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1+r} \right)^{30} \right]$$

2) (3 points)

L’application numérique donne

- $VAN = -12\,162 \text{ €}$ pour la rénovation légère ;
- $VAN = -4\,093 \text{ €}$ pour la rénovation lourde.

Les deux VAN sont négatives : la meilleure décision est de ne pas rénover du tout.

3)

a) (4 points)

La décision de rénover ou non que prend le propriétaire joue sur la satisfaction de la collectivité par le biais des émissions de gaz à effet de serre. Cet effet est indirect et il n’est pas pris en compte par le propriétaire car il ne transite pas par le système de prix. Il s’agit donc d’une externalité.

Dans cette situation, la décision prise individuellement par le propriétaire n’a aucune raison d’être optimale du point de vue de la collectivité. Pour corriger ce problème, le gouvernement pourrait taxer les émissions de gaz à effet de serre venant du secteur électrique (en augmentant le prix du kWh à hauteur du coût de la pollution cela force le propriétaire à tenir compte de cette pollution) ou inversement subventionner les travaux de rénovation à hauteur des gains environnementaux induits. Une approche réglementaire serait aussi envisageable (contraindre par la loi le propriétaire à effectuer des travaux de rénovation).

b) (3 points)

La mesure décidée par le gouvernement conduit à modifier le calcul de la Valeur Actualisée Nette

$$VAN = -I + \sum_{n=1}^{30} \frac{S \cdot E \cdot (P+Q)}{(1+r)^n} = -I + S \cdot E \cdot (P+Q) \cdot \frac{1}{r} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1+r} \right)^{30} \right]$$

L’application numérique donne

- $VAN = -10\,194 \text{ €}$ pour la rénovation légère ;
- $VAN = +88 \text{ €}$ pour la rénovation lourde.

Le propriétaire prend maintenant la décision de procéder à une rénovation lourde (le gain est positif mais minime : 88 € pour 25 000 € d’investissement).

4)

a) (5 points)

Le propriétaire s’engage dans une rénovation lourde si et seulement si la VAN correspondant à cette opération est positive et supérieure à celle de la rénovation légère.

- La première condition s’écrit

$$-I_{lourd} + S \cdot E_{lourd} \cdot P \cdot \frac{1}{r'} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1+r'} \right)^{30} \right] \geq 0$$

On vérifie facilement que l’expression à gauche est une fonction décroissante de r' (il suffit de revenir à

$$VAN = -I + \sum_{n=1}^{30} \frac{S \cdot E \cdot P}{(1+r')^n} \text{ qui est une somme de fonctions décroissantes}).$$

La première condition équivaut numériquement à $r' \leq 3,5\%$.

Ce taux seuil est le taux de rentabilité interne de la rénovation lourde.

- La seconde condition s'écrit

$$-I_{lourd} + S \cdot E_{lourd} \cdot P \cdot \frac{1}{r'} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1+r'} \right)^{30} \right] \geq -I_{léger} + S \cdot E_{léger} \cdot P \cdot \frac{1}{r'} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1+r'} \right)^{30} \right]$$

ce qui équivaut à

$$-(I_{lourd} - I_{léger}) + S \cdot (E_{lourd} - E_{léger}) \cdot P \cdot \frac{1}{r'} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1+r'} \right)^{30} \right] \geq 0$$

Là encore, l'expression à gauche est une fonction décroissante de r' et la seconde condition équivaut numériquement à $r' \leq 24\%$.

Cette seconde condition est automatiquement vérifiée si la première l'est (mais il fallait le vérifier soigneusement).

- Au total, la condition désirée s'écrit $r' \leq \bar{r}'$ avec $\bar{r}' = 3,5\%$. Il faut et il suffit que le gouvernement propose un taux d'intérêt inférieur ou égal à 3,5 % pour que le propriétaire s'engage spontanément dans la rénovation lourde.

b) (2 points)

Comme l'Etat peut se financer avec un taux d'intérêt de l'ordre de 2 % en termes réels, il paraît tout à fait possible en théorie de mettre en œuvre le mécanisme précédent. L'Etat s'endette à 2 % pour prêter à 3,5 % : une opération rentable pour lui, qui ne nécessite pas de faire appel au contribuable. (On néglige toutefois ici le risque de défaut de l'emprunteur et le risque d'une remontée des taux d'intérêt pour l'Etat.)

Année scolaire 2012-2013

**CORRIGE DU
CONTRÔLE INTERMEDIAIRE DES CONNAISSANCES**

Durée : 1h30

10 décembre 2012

Problème – desserte optimale de l'île de Faré par une infrastructure de transport

1) Demande de transport (3 points)

a) La courbe de demande est représentée par un segment de droite décroissant. Le trafic s'annule si le prix atteint $p_{max} = 50$ sur l'axe des ordonnées et la demande maximale de transport (pour un prix nul) est égale à $D_{max} = 125000$ véhicules sur l'axe des abscisses.

b) Le surplus est donné par l'aire d'un triangle rectangle de côtés orthogonaux $(50-p)$ et $D(p)$: $S(p) = 1250 \cdot (50 - p)^2$.

c) Le surplus est maximal pour un prix p' nul, naturellement (passage gratuit).

2) Offre de transport par bateau (5 points)

a) La contrainte physique peut correspondre à la capacité limitée des bateaux, à la saturation des infrastructures d'accès (port...), etc. Cette contrainte n'est pas pénalisante car la demande maximale est de 125 000 véhicules (question 1), bien inférieure à la capacité physique.

b) On note la présence d'un coût fixe important (200 000) qui peut correspondre au coût du bateau lui-même, et d'un coût variable constant (8) qui peut correspondre au coût du carburant nécessaire pour assurer la traversée. La fonction de coût est représentée par un segment de droite croissant. Le coût moyen décroît (représentation graphique par une branche d'hyperbole équilatère). Le coût marginal est constant.

c) Le coût moyen décroît : les rendements sont croissants. On a affaire à un monopole naturel (l'efficacité productive exige qu'une seule entreprise assure le service). Pour éviter les effets pervers des monopoles (prix élevé, service de qualité faible...), la gestion par l'Etat est une solution. On pourrait aussi imaginer une concession régulièrement remise en concurrence (appel d'offre).

d) $\Pi = p \cdot D(p) - C(D(p)) = 2500 \cdot (50 - p) \cdot (p - 8) - 200000$

e) La fonction de profit est représentée par une parabole tournée vers le bas.

La nullité du profit équivaut à $-p^2 + 58 \cdot p - 480 = 0$, équation du second degré dont le discriminant est égal à $1444 = 38^2$ et dont les racines sont donc égales à $\frac{58 \pm 38}{2}$. La fonction de profit coupe par conséquent l'axe des abscisses pour $p=10$ et $p=48$ et est positive entre ces deux valeurs.

La fonction de profit est maximale pour $p^*=29$ et le profit est bien positif à ce prix.

3) Surplus social (4 points)

a) $\Sigma = S + \Pi = 1250 \cdot (50 - p) \cdot (p + 34) - 200000$ qui est maximal pour $p^*=8$

b) Le raisonnement de la journaliste est correct : les péages induisent bien un transfert entre agents qui est globalement neutre, à demande de transport fixée. Toutefois, les péages jouent directement sur la demande de transport et à ce titre ils influencent le bilan social total. C'est leur seul effet dans le bilan total : orienter la demande de transport.

c) p^* est égal au coût marginal de FaréMer, ce qui était prévisible. Pour bien orienter la demande des consommateurs, il faut tarifier au coût marginal (au-delà, on décourage inefficacement le passage sur le pont ; en deçà, on favorise inefficacement son utilisation).

d) La maximisation du surplus social total Σ sous contrainte de positivité du profit Π de FaréMer conduit à examiner le comportement de la fonction Σ pour un prix variant entre 10 et 48 (cf. question 2.e.). Sur cet

intervalle de prix, la fonction Σ est strictement décroissante et donc maximale pour $p=p^{\#}=10$. Pour ce prix, FaréMer fait un profit nul.

Il s'agit d'une tarification au coût moyen. L'Etat ne veut pas faire payer au contribuable le déficit que ferait le monopole naturel si on adoptait la tarification au coût marginal, pourtant optimale socialement.

Avec p^* , le surplus total est égal à 2005000. Avec $p^{\#}$, on obtient 2000000. La perte est donc minime (0,25 %).

4) Alternative : pont routier (8 points)

a) La capacité accrue de transport par le pont ne présente aucun avantage compte tenu de la demande maximale de transport possible (qui était déjà nettement inférieure à la capacité du bateau).

b) La fonction de coût se résume à un coût fixe, représenté par un segment de droite horizontal. Le coût marginal est nul. Le coût moyen est décroissant (représentation graphique : branche d'hyperbole équilatère).

c) Les rendements sont croissants. On se trouve dans la même situation que pour la desserte par bateau ; on est en présence d'un monopole naturel.

d) $\Pi^0 = 2500 \cdot p \cdot (50 - p) - 1000000$

e) La fonction de profit est représentée par une parabole tournée vers le bas.

Cette parabole coupe l'axe des abscisses pour $p=10$ et $p=40$ (solutions de l'équation du second degré $-p^2 + 50 \cdot p - 400 = 0$ dont le discriminant est égal à $900 = 30^2$).

Le profit est maximal pour $p^{\circ}=25$. Le profit est bien positif pour cette valeur.

f) $\Sigma^{\circ} = 1250 \cdot (50^2 - p^2) - 1000000$

Le surplus total est maximal pour $p^{\circ}=0$ soit le coût marginal de FaréViaduc ce qui était prévisible. Comme dans le cas de la desserte par bateau, l'optimalité sociale requiert de tarifier au coût marginal.

g) Σ° pour p° vaut 2125000, ce qui est supérieur à Σ pour p^* (2005000) et donc a fortiori supérieur à Σ pour n'importe quel péage sur le bateau : le pont est en théorie toujours meilleur que la desserte par bateau, sous réserve que l'Etat puisse réellement facturer un péage au coût marginal p° sur le pont.

h) Les contraintes sur les finances publiques peuvent, comme pour la desserte par bateau, empêcher de faire financer par le contribuable le coût fixe du pont. Le prix qui maximise le surplus social sous contrainte de l'équilibre financier de FaréViaduc est $p^{\#}=10$.

Il s'agit du même péage que celui appliqué en cas de tarification au coût moyen pour la desserte par bateau (il s'agit ici d'un hasard lié aux valeurs retenues dans le problème). Du coup, on obtient dans les deux cas, le même surplus des consommateurs (2000000), le même surplus du transporteur (0) et le même surplus total (2000000). Passer du bateau au pont ne sert donc à rien si l'Etat n'est pas capable de supporter les pertes qu'engendre une tarification au coût marginal sur le pont.

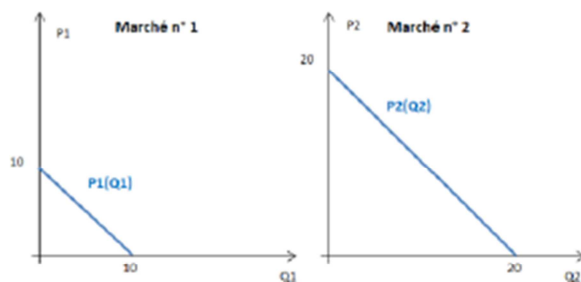
CORRIGE DU CONTROLE INTERMEDIAIRE DES CONNAISSANCES

Année scolaire 2013-2014

Ecole Nationale des Ponts et Chaussées - Lundi 9 décembre 2013, 15h - 16h30

Problème : Discrimination tarifaire (20 points)

Question 1 (1 pt) – On pressent que les prix d'équilibre sont d'autant plus élevés que la disposition à payer des consommateurs est élevée (la courbe de demande sur le marché n° 2 est toujours au-dessus de celle du marché n° 1).



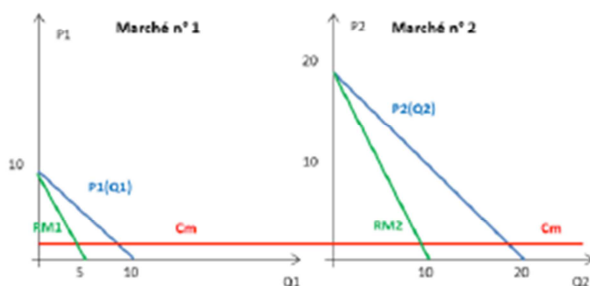
Question 2 (1 pt) – La formule de coût associée à la production de Q unités contient un coût fixe a égal à 5 et un coût variable (ou marginal) b constant égal à 2. Les coûts fixes relativement bas peuvent représenter l'investissement dans une usine très bon marché (ou fortement subventionnée par une collectivité locale désireuse d'accueillir l'entreprise sur son territoire) et les coûts variables peuvent représenter les coûts nécessaires à l'acquisition des ingrédients permettant de fabriquer une unité de médicament supplémentaire.

Question 3 (1,5 pt) – On a : $C_M = \frac{5}{Q} + 2$ et $C_m = 2$. Le coût moyen est décroissant donc les rendements d'échelle sont croissants.

Question 4 (1,5 pt) – Les rendements d'échelle étant croissants, il est naturel et économiquement efficace, du point de vue de l'offre, de disposer d'un monopole. On parle donc de « monopole naturel ». Néanmoins, ce monopole, dès lors qu'il est *pricemaker*, aura tendance à sur-tarifier (au-delà de son coût marginal) et sous-produire par rapport à la situation de l'optimum social, ce qui amène à constituer ce que l'on appelle une rente de monopole. Si celui-ci n'est pas régulé, ce qui est le cas dans l'exercice, la situation n'est pas socialement optimale.

Question 5 (2 pts) – Sur le marché n°1, on a : $R_1 = P_1 \times Q_1 = (10 - Q_1)Q_1$ et $RM_1 = \frac{dR_1}{dQ_1} = 10 - 2Q_1$.
Sur le marché n°2, on a : $R_2 = (20 - Q_2)Q_2$ et $RM_2 = 20 - 2Q_2$.

Question 6 (3 pts) – Voir page suivante.



Question 7 (2 pts) – On rappelle que l'énoncé précise bien que l'entreprise dispose d'une seule et même usine pour les deux marchés.

On montre par l'absurde que, si nous avions à l'optimum $RM_1 \neq RM_2$ (par exemple $RM_1 > RM_2$) alors il serait toujours profitable pour le monopole de ne pas vendre sa dernière unité de production sur le marché n°2 mais sur le marché n°1, afin de gagner plus d'argent. Il ne s'agirait donc pas, par définition, de l'optimum. On a donc $RM_1 = RM_2$.

Par ailleurs, il est aussi normal que ces revenus marginaux soient égaux, à l'optimum du monopole, au coût marginal de production. En effet, si ce n'était pas le cas (par exemple si le coût marginal était inférieur aux revenus marginaux), alors le monopole aurait tout intérêt à produire une unité de plus, cela lui rapportant plus (RM_1 ou RM_2) que ce que cela ne lui coûte (C_m).

Ces considérations sont vraies sous une réserve : la positivité du profit.

Question 8 (2,5 pts) – On résout le système suivant :

$$\begin{cases} RM_1 = C_m \\ RM_2 = C_m \end{cases} \iff \begin{cases} 10 - 2Q_1^* = 2 \\ 20 - 2Q_2^* = 2 \end{cases}$$

et l'on obtient ainsi les quantités vendues à l'optimum :

$$\begin{cases} Q_1^* = 4 \\ Q_2^* = 9 \end{cases}$$

On obtient ensuite les prix à l'optimum en remplaçant les quantités Q_1 et Q_2 dans les fonctions de demande par leurs valeurs Q_1^* et Q_2^* ainsi calculées :

$$\begin{cases} P_1^* = 6 \\ P_2^* = 11 \end{cases}$$

On vérifie alors que le profit vaut : $\pi^* = (P_1^* Q_1^*) + (P_2^* Q_2^*) - C_T(Q_1^* + Q_2^*) = 92$.

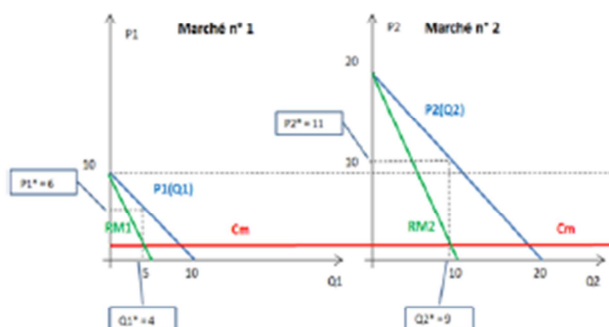
Question 9 (3 pts) – On met en évidence que les quantités sont celles données par l'intersection entre les courbes de revenu marginal et de coût marginal puis que les prix sont obtenus en se reportant sur la courbe de demande.

En calculant les aires entre les niveaux de prix et les courbes de demandes inverses, on trouve que les surplus des consommateurs sur les marchés n°1 et n°2 valent respectivement :

$$S_1^* = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

$$S_2^* = \frac{9 \times 9}{2} = 40,5$$

On en déduit : $W^* = S_1^* + S_2^* + \pi^* = 140,5$.



Question 10 (1,5 pt) – La situation correspondant à l'optimum social s'obtient à l'intersection des courbes de demande inverse et de coût marginal. Elle peut correspondre à une situation dans laquelle une agence de régulation réussit à connaître la fonction de coût du monopole et à lui imposer un prix égal au coût marginal.

On obtient ainsi les prix à l'optimum social $P_1^{\#} = P_2^{\#} = 2$, ces deux prix étant inférieurs aux prix d'équilibre dans la situation de monopole non régulé. On retrouve le fait que le monopole non régulé « sur-tarifie ». Par ailleurs, en remplaçant dans les fonctions de demande, on obtient les quantités d'équilibre :

$$\begin{cases} Q_1^{\#} = 8 > Q_1^* = 4 \\ Q_2^{\#} = 18 > Q_2^* = 9 \end{cases}$$

On retrouve le fait que le monopole non régulé « sous-produit ».

Les prix et quantités étant déterminés, on en déduit les surplus des consommateurs :

$$\begin{cases} S_1^{\#} = \frac{(10-2) \times 8}{2} = 32 > S_1^* = 8 \\ S_2^{\#} = \frac{(20-2) \times 18}{2} = 162 > S_2^* = 40,5 \end{cases}$$

Le surplus du producteur est alors :

$$\pi^{\#} = (P_1^{\#} Q_1^{\#}) + (P_2^{\#} Q_2^{\#}) - C_T(Q_1^{\#} + Q_2^{\#}) = -5 < \pi^* = 92$$

Régulé, et forcé à tarifier au coût marginal, on trouve donc que le monopole réalise des pertes. Dans la réalité, une telle situation ne serait pas viable, sauf à ce que le régulateur lui octroie une subvention d'équilibre « bien calibrée ». Il est donc probable que celui-ci préférera perdre un peu de surplus collectif mais avoir un secteur fonctionnel, en autorisant par exemple le monopole à tarifier au coût moyen de production.

Enfin, on obtient que le surplus de la société est effectivement supérieur à l'optimum social qu'à l'optimum du monopole :

$$W^{\#} = S_1^{\#} + S_2^{\#} + \pi^{\#} = 189 > W^* = 140,5$$

Question 11 (1 pt) – Sur un marché de biens, il existe souvent un marché parallèle de « seconde main » (cf. leBonCoin, eBay, etc.). Du point de vue du producteur, il existe donc un risque que les consommateurs bénéficiaires de biens à prix réduits (car leur consentement à payer est faible) les revendent à des prix intermédiaires aux consommateurs les plus demandeurs, détournant une partie de ces derniers du marché formel et captant une partie du surplus accessible au producteur.

A l'inverse, sur un marché de service, la prestation achetée par le consommateur n'est pas cessible à un autre consommateur, d'où la préférence des producteurs pour des discriminations tarifaires portées sur des services.

En termes d'exemple de discrimination tarifaire, on peut penser :

- à la différenciation des tickets de cinéma entre étudiants, seniors et actifs;
- à la vente de voitures entre des marchés de pays en développement et de pays développés, alors même que ces véhicules sont issus des mêmes usines (Dacia construites en Roumanie par exemple puis vendues dans différents pays d'Europe);
- à la facturation différenciée de frais d'avocat selon que le client est riche ou pauvre;
- au *Yield Management* (modulation des tarifs proposés aux clients selon les délais de réservation, les jours de départ et la catégorie socio-professionnelle - via les cartes de réduction et abonnements) dans le transport aérien...

On notera toutefois qu'il n'y a pas, dans ce modèle, de coûts de transport de l'usine vers le marché n°1 ou le marché n°2 : dans la réalité, il y en a, et l'existence de tels coûts limite à la fois la capacité du monopole à pratiquer la discrimination tarifaire à partir d'un unique centre de production, et la capacité des consommateurs des deux marchés à commercer entre eux.

Exercice 1 : La réserve de chasse (10 points)

Question 1 (1 pt) - Nous sommes en présence d'externalités négatives de production sur la production. En effet, un chasseur individuel prend d'autant moins de gibier qu'il y a d'autres chasseurs (la fonction $f(n) = 1/\sqrt{n}$ est décroissante en n) : l'arrivée d'un nouveau chasseur entraîne donc une perte de surplus pour les autres chasseurs (la prise individuelle de k chasseurs baisse d'environ $1/(2k\sqrt{k})$ quand un nouveau chasseur rentre chasser dans la réserve). L'accroissement du nombre de chasseurs entraîne donc une déséconomie externe dans la production de gibier.

Fondamentalement, l'inefficacité du fonctionnement décentralisé du marché que l'on observe ici tient au fait que nous décrivons une économie comportant trois biens ou ressources (les prises de la chasse, le matériel de chasse et la réserve de chasse) et seulement deux marchés où des prix sont déterminés : le marché de la vente de gibier (vendu au prix unitaire p) et celui du matériel de chasse (vendu au prix unitaire c). Il n'y a pas de marché, donc pas de prix, où s'échange le droit d'utiliser la réserve de chasse.

Question 2 (1,5 pt) - Le profit d'un chasseur individuel s'écrit $\pi_i = py_i - c = \frac{p}{\sqrt{n}} - c$. De nouveaux chasseurs entrent dans la réserve tant qu'il y a du profit à obtenir de la chasse. Le nombre de chasseurs à l'équilibre (n^{eq}) vérifie donc l'équation $\frac{p}{\sqrt{n^{eq}}} - c = 0$, d'où $n^{eq} = \left(\frac{p}{c}\right)^2$ et $y^{eq} = \sqrt{n^{eq}} = \frac{p}{c}$. Ainsi, on constate que seul le prix relatif p/c intervient dans l'expression de y^{eq} : il y a bien absence d'illusion monétaire.

Question 3 (1,5 pt) - Le profit total des chasseurs s'écrit : $\Pi = \sum_{i=1}^n \pi_i = p\sqrt{n} - nc$. A l'optimum social, le profit total des chasseurs est maximal. Le nombre de chasseurs à l'optimum social (n^*) vérifie donc l'équation $\frac{d\Pi}{dn} \Big|_{n=n^*} = 0$ (on vérifie facilement qu'il s'agit d'un maximum, graphiquement ou en calculant la dérivée seconde), d'où $n^* = \left(\frac{p}{2c}\right)^2$ et $y^* = \sqrt{n^*} = \frac{p}{2c}$.

Deux raisons peuvent expliquer que l'on ignore ici le surplus des consommateurs : (i) celui-ci peut ne pas varier avec y (la demande est infinie au prix p : les consommateurs achètent le gibier exactement à leur consentement à payer p); (ii) les consommateurs peuvent être étrangers (le pays que l'on considère est un pur exportateur de gibier).

Question 4 (1 pt) - $n^{eq} = 4n^*$ et $y^{eq} = 2y^*$. A l'équilibre, il y a un nombre de chasseurs quatre fois supérieur au nombre optimal et la prise est deux fois supérieure à la prise optimale. Cela vient du fait que l'externalité (négative) liée à la production n'est pas internalisée par les chasseurs dans leur décision individuelle de chasser ou non. Il y a donc défaillance de marché, et une intervention de l'Etat est nécessaire pour rétablir l'optimum.

Question 5 (1 pt) - Il est immédiat que la quantité optimale de permis de chasse octroyée par l'Etat doit être égale à n^* .

Question 6 (2 pts) – Soit q le prix du permis de chasse. On cherche q tel que le nombre de chasseurs à l'équilibre soit égal à n^* . Le profit d'un chasseur individuel s'écrit : $\pi_i = py_i - (c + q)$. Le nombre de chasseurs à l'équilibre (annulant π_i) est donc $\hat{n}^{eq} = \left(\frac{p}{c+q}\right)^2$, si bien que $\hat{n}^{eq} = n^*$ si et seulement si $q = c$.

En introduisant un prix pour le droit d'utiliser la réserve de chasse, le permis de chasse payant permet donc d'internaliser l'externalité de production qu'entraîne un accroissement du nombre de chasseurs.

L'avantage d'un permis payant par rapport à un nombre limité de permis octroyés gratuitement par l'Etat est double. D'une part, un permis octroyé gratuitement nécessiterait l'adoption d'une règle arbitraire au moment de l'allocation des permis de chasse (par exemple : principe du « premier arrivé, premier servi », tirage au sort aléatoire...), qui risquerait d'être assez mal acceptée par les aspirants chasseurs qui n'obtiendraient pas de permis. Par ailleurs, l'efficacité allocative de la mesure ne serait pas garantie si certains chasseurs arrêtaient ensuite de chasser, par exemple pour raison de santé.

Ensuite, si un marché secondaire pour l'échange de permis venait à s'établir, il est facile de montrer que les permis s'échangeraient alors au prix $q = c$. L'existence d'un tel marché secondaire rendrait efficace (du point de vue de l'efficacité allocative) le fonctionnement du marché des droits à utiliser la réserve de chasse, mais conduirait à opérer des transferts entre agents économiques : les chasseurs ayant initialement obtenu le permis de chasse gratuitement et qui souhaiteraient le céder ensuite pourraient le faire au prix $q = c$, et donc gagner de l'argent par ce biais (puisque le permis leur a été attribué gratuitement). A l'inverse, les chasseurs qui auraient ainsi obtenu ces permis « au second tour » auraient eu à acquitter un paiement q pour obtenir le droit de chasser, contrairement aux premiers. L'allocation initiale des droits à chasser n'est donc pas neutre d'un point de vue redistributif.

Dans tous les cas, la « rupture d'égalité » introduite est difficilement justifiable ; il est ainsi préférable de mettre en place un système de permis payant au prix $q = c$.

Question 7 (2 pts) – On considère qu'au-delà de son intérêt marchand, la chasse procure un « plaisir » aux chasseurs (indépendamment du nombre de prises). Cette satisfaction est supposée avoir un équivalent monétaire ν . Le profit individuel d'un chasseur s'écrit alors : $\pi_i^{\#} = py_i + \nu - c - q = \frac{p}{\sqrt{n}} - (c - \nu) - q$. Tout se passe donc comme si le coût de la chasse était abaissé de c à $c - \nu$ dans les résultats obtenus précédemment : le nombre de chasseurs à l'équilibre et à l'optimum est donc plus important (ce qui est logique), et la correction de la défaillance de marché suppose de faire payer les permis de chasse au prix $q^{\#} = c - \nu$, ce qui conduit à $n^{*\#} = \left[\frac{p}{2(c-\nu)}\right]^2$ chasseurs.

Soulignons ici que, si le plaisir lié à la chasse (ν_i) est variable d'un chasseur à l'autre, seuls ceux qui éprouvent le plus de plaisir acceptent de payer le permis, ce qui, d'un point de vue utilitariste, est efficace.

La nuance que l'on peut ici apporter est la suivante : l'équivalent monétaire ν_i lié au plaisir de la chasse sera probablement d'autant plus important que les revenus du chasseur, autres que ceux tirés de la chasse, sont importants. Ce résultat peut ainsi conduire à une certaine forme d'injustice, si l'on se place d'un autre point de vue philosophique. Que penser, par exemple, d'une situation où un chasseur, n'ayant que 1 000 euros en autres revenus, aurait un ν_i égal à 120 euros, et ne pourrait ainsi bénéficier du dernier permis, attribué à un chasseur ayant 10 000 euros d'autres revenus avec un ν_i égal à 125 euros ?

Dernière remarque : dans une conception aristotélicienne de la « justice », une allocation « juste » des permis de chasse serait obtenue en attribuant les permis à des chasseurs classés par ordre de mérite (habileté à la chasse), jusqu'à épuisement des permis. Il est important de garder à l'esprit que différentes conceptions de la « justice » existent (Aristote, Kant, Rawls, etc.), au-delà de la seule conception utilitariste sur laquelle repose généralement l'économie.

Exercice 2 : Les compteurs « Grinky » (5 points)

Question 1 (2 pts) – La valeur actuelle nette de l'investissement projeté s'écrit (en millions de greuros) :

$$VAN_1 = -I + \sum_{t=1}^{15} \frac{B_t}{(1+r)^t} = -110 + \sum_{t=1}^{15} \frac{15}{(1+0,10)^t} = 4,1 > 0$$

La décision gouvernementale apparaît ainsi tout à fait raisonnable.

Question 2 (3 pts) – Le Gouvernement a le choix entre deux scénarios d'action :

(i) Dans un premier scénario, le Gouvernement annonce, dès à présent, le déploiement des compteurs intelligents « Grinky », dont la valeur actuelle nette est égale à 4,1 millions de greuros. Cet investissement est irréversible, au sens où, étant donné le montant investi, le Gouvernement a tout intérêt à attendre l'obsolescence des compteurs « Grinky » de première génération (15 ans plus tard) pour les remplacer.

(ii) Dans un second scénario, le Gouvernement attend que soit levée, fin 2016, l'incertitude relative à la disponibilité de la nouvelle génération de compteurs. Il ne déploie donc pas, pour l'instant, les compteurs Grinky de première génération. Si, en 2016, les compteurs de nouvelle génération ne sont pas disponibles (avec probabilité 2/3), le Gouvernement décidera du déploiement, avec trois ans de retard, des compteurs de première génération : la valeur actuelle nette dans ce cas sera plus faible qu'en cas de déploiement fin 2013 (on se prive des bénéfices en 2014, 2015 et 2016, qui comptent plus que les bénéfices futurs 2029, 2030 et 2031 du fait de l'actualisation).

$$VAN_{2a} = \frac{1}{(1+0,10)^4} \left[-110 + \sum_{t=1}^{15} \frac{15}{(1+0,10)^t} \right] = 3,1 < 4,1$$

Si, en revanche, les compteurs de nouvelle génération sont disponibles fin 2016 (avec probabilité 1/3), la valeur actuelle nette de l'investissement sera : $-115 + \sum_{t=1}^{15} \frac{16,5}{(1+0,10)^t} = 10,5$. En valeur 2013, cela donne :

$$VAN_{2b} = \frac{1}{(1+0,10)^3} \left[-115 + \sum_{t=1}^{15} \frac{16,5}{(1+0,10)^t} \right] = 7,9$$

L'espérance de la valeur actuelle nette est donc, si le Gouvernement décide d'attendre la levée de l'incertitude :

$$E(VAN_2) = \frac{1}{3} \times VAN_{2b} + \frac{2}{3} \times VAN_{2a} = \frac{1}{3} \times 7,9 + \frac{2}{3} \times 3,1 = 4,7 > 4,1 = VAN_1$$

Ainsi, il est optimal d'attendre fin 2016 pour que soit levée l'incertitude relative à la disponibilité des compteurs de nouvelle génération, plutôt que de déployer aujourd'hui la génération existante, et ce, même si la valeur actuelle nette du déploiement des compteurs « Grinky » de première génération est positive. La « valeur d'option » de cette attente est égale à 600 000 greuros ($E(VAN_2) - VAN_1$).

CORRIGE DU CONTRÔLE FINAL DES CONNAISSANCES

Durée : 3 heures

25 janvier 2010

PROBLEME 1 (36 points)

IMPACT DES DEFICITS PUBLICS SUR LES RELANCES PAR LA DEPENSE PUBLIQUE

1) (3 points)

Au voisinage de l'état de l'économie considéré, la consommation des ménages varie linéairement avec leur revenu disponible réel $Y - T$ dont une fraction c est consommée (et $1 - c$ est épargnée). Le taux d'intérêt étant supposé fixe, il n'intervient pas (aucun arbitrage consommation – épargne lié à r).

2) (4 points)

$$T = G$$

L'équilibre sur le marché des biens et services s'écrit ici

$$Y = C + G = c \cdot (Y - T) + C_0 + G$$

d'où

$$Y = \frac{C_0 + G - c \cdot T}{(1 - c)}$$

Une hausse des dépenses publiques financées par impôt $dG = dT > 0$ conduit donc à une augmentation du PIB $dY = dG > 0$

Le multiplicateur keynésien est ainsi ici égal à 1.

L'effet usuel d'éviction de la demande privée par la demande publique est absent du modèle considéré ici (quand il est présent, le multiplicateur se trouve de ce fait inférieur à 1). En effet le taux d'intérêt est ici supposé constant. Or c'est par le biais de la hausse du taux d'intérêt que la hausse de la consommation publique pénalise à la fois la consommation et l'investissement.

3) (4 points)

$$T = 0$$

De $Y = \frac{C_0 + G - c \cdot T}{(1 - c)}$ on déduit qu'une hausse des dépenses publiques financées par endettement $dG > 0$

avec $dT = 0$ conduit à une augmentation du PIB $dY = \frac{dG}{1 - c} > 0$

Le multiplicateur keynésien est ici égal à $\frac{1}{1 - c}$ qui est supérieur à 1.

Le surcroît de demande publique engendre un surcroît d'activité qui entraîne un surcroît de revenu disponible pour les ménages. Ces derniers accroissent donc leur consommation ce qui augmente à son tour le PIB. Au total, la demande privée est donc en hausse ce qui conduit à un multiplicateur supérieur à 1.

Au vu de ce résultat, il faut financer la relance par endettement et non par impôt.

4) (2 points)

L'année t les ressources de l'Etat proviennent des impôts pT_t et de la dette qui est émise l'année t $p(B_t - B_{t-1})$.

Les dépenses de l'Etat sont quant à elles constituées de la consommation publique pG_t et du versement des intérêts dus aux détenteurs du stock de dette de l'année antérieure $p \cdot r \cdot B_{t-1}$

La contrainte budgétaire de l'Etat l'année t s'écrit donc $pG_t + pr \cdot B_{t-1} = pT_t + p(B_t - B_{t-1})$

d'où l'on déduit $B_t = (1 + r) \cdot B_{t-1} + G_t - T_t$

5) (3 points)

L'emploi de la relation de récurrence déterminée à la question précédente conduit, avec $B_0 = 0$, à

$$B_\tau = \sum_{t=1}^{\tau} \left[(1+r)^{\tau-t} \cdot (G_t - T_t) \right]$$

$B_\tau = 0$ peut correspondre à un engagement politique d'avoir restauré les finances publiques à une date τ prédéterminée. τ peut aussi correspondre à une date théorique finale où les divers agents économiques vont disparaître, date à laquelle ils soldent donc toutes leurs dettes. On peut également imaginer que, pour emprunter dans de bonnes conditions, l'Etat est contraint de prévoir une date future τ où il s'engage crédiblement à se trouver épargnant net ($B_\tau \leq 0$), contrainte qui est en pratique saturée ($B_\tau = 0$).

6) (3 points)

La contrainte $B_\tau = 0$ s'écrit $\sum_{t=1}^{\tau} \left[(1+r)^{\tau-t} \cdot (G_t - T_t) \right] = 0$.

Il n'est pas possible que tous les termes $G_t - T_t$ dans cette somme soient strictement positifs. Par conséquent, si une relance a été menée par endettement une année t ($G_t - T_t > 0$), il y aura au moins une autre année t' où l'Etat sera contraint de mener une politique restrictive ($G_{t'} - T_{t'} < 0$).

L'Etat ne peut donc pas mener tous les ans une politique de relance par la dette.

Qualitativement, on a l'intuition que l'effet expansionniste des relances par accroissement de la dette sera compensé par l'effet récessif dans les phases de réduction de la dette : au total l'effet devrait être nul et seules les relances financées par impôt sont susceptibles d'avoir une influence en moyenne.

7) (3 points)

Le niveau moyen $\bar{X}$ d'une grandeur X est défini ici comme la moyenne pondérée des valeurs prises par X sur la période, la pondération s'effectuant avec un facteur d'actualisation correspondant au taux d'intérêt r : on tient donc compte du temps pour faire la moyenne et les valeurs de fin de période comptent moins, dans le calcul, que les valeurs de début de période. Il y a donc une préférence pour le présent dans cette approche des niveaux moyens.

Le fait que la préférence pour le présent soit traduite par le taux d'intérêt n'est pas étonnant : on sait que les deux se confondent en théorie (égalisation du taux de préférence pour le présent au taux d'intérêt sur un marché financier parfait).

On peut aussi voir dans cette définition du niveau moyen une référence à la somme actualisée des niveaux futurs.

Par exemple, $\bar{Y}$ est (à la constante multiplicative $\frac{1}{\sum_{i=1}^{\tau} \frac{1}{(1+r)^{i-1}}}$ près) la somme actualisée de la richesse

produite par le pays considéré dans les années à venir. L'Etat, qui actualise au taux r , peut donc chercher à maximiser $\bar{Y}$, la richesse totale (actualisée) produite pendant les années 1 à τ .

La présence au dénominateur du terme $\sum_{i=1}^{\tau} \frac{1}{(1+r)^{i-1}}$ permet de rendre le niveau moyen $\bar{X}$ homogène à la grandeur X . En particulier, si X est constant dans le temps, le niveau moyen $\bar{X}$ sera bien égal à X .

8) (3 points)

Chaque année $Y_t = C_0 + c \cdot (Y_t - T_t) + G_t$ (question 2).

La définition du niveau moyen donne alors immédiatement $\bar{Y} = C_0 + c \cdot (\bar{Y} - \bar{T}) + \bar{G}$.

9) (3 points)

Par définition

$$\begin{aligned}\bar{G} - \bar{T} &= \frac{\sum_{i=1}^{\tau} \frac{G_t}{(1+r)^{i-1}}}{\sum_{i=1}^{\tau} \frac{1}{(1+r)^{i-1}}} - \frac{\sum_{i=1}^{\tau} \frac{T_t}{(1+r)^{i-1}}}{\sum_{i=1}^{\tau} \frac{1}{(1+r)^{i-1}}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{\tau} \frac{1}{(1+r)^{i-1}}} \cdot \sum_{i=1}^{\tau} \frac{G_t - T_t}{(1+r)^{i-1}} \\ \bar{G} - \bar{T} &= \frac{1}{\sum_{i=1}^{\tau} \frac{1}{(1+r)^{i-1}}} \cdot \frac{1}{(1+r)^{\tau-1}} \cdot \sum_{i=1}^{\tau} (1+r)^{\tau-i} \cdot (G_t - T_t)\end{aligned}$$

Or la contrainte $B_{\tau} = 0$ s'écrit $\sum_{t=1}^{\tau} [(1+r)^{\tau-t} \cdot (G_t - T_t)] = 0$ (question 6).

Par conséquent $\bar{G} - \bar{T} = 0$.

Ce résultat signifie que, en moyenne, ce sont les impôts qui financent intégralement les dépenses publiques.

10) (4 points)

En utilisant $\bar{G} = \bar{T}$ dans l'expression trouvée à la question 8, on obtient

$$\bar{Y} = C_0 + c \cdot (\bar{Y} - \bar{T}) + \bar{G} = C_0 + c \cdot \bar{Y} + (1-c) \cdot \bar{G}$$

D'où

$$\bar{Y} = \frac{C_0}{1-c} + \bar{G}$$

Cela signifie que le multiplicateur keynésien est égal en moyenne à 1 : $\frac{d\bar{Y}}{d\bar{G}} = 1$. Le fait que l'Etat rembourse

sa dette empêche d'obtenir une valeur moyenne du multiplicateur keynésien supérieure à 1. En moyenne l'Etat ne fera pas mieux qu'en finançant par impôt sa relance.

11) (4 points)

La consommation des ménages peut dépendre non seulement du revenu courant mais aussi des revenus futurs (théorie du cycle de vie). Les revenus futurs sont affectés par les impôts futurs, donc par la dette courante de l'Etat. Pour prendre en compte ces effets, il faudrait modifier la fonction de consommation des ménages pour la faire dépendre non du seul revenu de la période courante mais d'une somme du revenu courant et des revenus futurs.

Si les ménages sont ricardiens, une relance par la dette parfaitement anticipée par les ménages n'aura ainsi aucun impact sur l'activité : les ménages augmenteront leur épargne à court terme en prévision des impôts futurs destinés à rembourser la dette. Le multiplicateur sera donc plus faible qu'estimé par le modèle précédent (une moyenne entre 1 pour la relance par l'impôt et 0 pour la relance par la dette).

PROBLEME 2 (24 points)

POLITIQUES MACROECONOMIQUES ESPAGNOLES DANS LES ANNEES 2000

a) (4 points)

A est constant : il n'y a donc pas de progrès technique (pas de croissance de la production à stock de capital et population active constants). On peut comprendre l'absence de progrès technique si on admet que les secteurs du tourisme et du BTP ne se prêtent pas aux gains de productivité (contrairement à d'autres secteurs comme l'industrie). Il est difficile d'imaginer, par exemple, des innovations permettant de servir davantage de clients dans un restaurant à taille de cuisine (capital) et nombre de cuisiniers (travail) constants.

b) (6 points)

De $\frac{dY}{Y} = \frac{dA}{A} + \frac{1}{3} \cdot \frac{dK}{K} + \frac{2}{3} \cdot \frac{dL}{L}$ il vient immédiatement une croissance potentielle $\frac{dY}{Y} = 2,2\%$. On peut

en déduire l'évolution de la richesse par tête $\frac{d\left(\frac{Y}{L}\right)}{\frac{Y}{L}} = \frac{dY}{Y} - \frac{dL}{L} = 2,2\% - 3,0\% = -0,8\%$. L'immigration

se traduit bien structurellement par une hausse de la richesse du pays mais ne permet pas ici d'accroître la richesse par habitant qui décline de 0,8 % par an.

c) (1 point)

L'Espagne ne choisit pas sa politique monétaire, qui est fixée par la Banque Centrale Européenne pour la zone euro dans son ensemble.

d) (7 points)

La croissance effective dépasse la croissance potentielle, le chômage est en dessous du niveau naturel et la hausse des prix est excessive (par rapport à la norme de 2 % en zone euro) : l'Espagne croît conjoncturellement trop rapidement. Pour ralentir l'économie, l'Etat ne peut utiliser que la politique budgétaire : diminution des dépenses publiques, hausse des impôts, diminution de l'endettement (ou une combinaison de ces mesures).

e) (6 points)

Manifestement, l'Etat espagnol a utilisé une politique budgétaire restrictive comme en témoigne l'amélioration des comptes publics. Mais cette dernière était sans doute insuffisante (trop faible ou trop tardive) : la période d'expansion excessive de l'économie a perduré. Il était sans doute difficile pour le gouvernement en place d'augmenter fortement les impôts ou de diminuer significativement les dépenses publiques. L'Espagne pouvait-elle communiquer autour de la nécessaire constitution d'excédents publics pour disposer d'une sécurité en cas de retournement conjoncturel ?

Une conséquence possible est que l'Espagne n'ait pas assez engrangé de surplus budgétaires pour affronter le retournement conjoncturel déclenché par la crise et procéder maintenant à une politique de relance suffisamment agressive. On note une très forte dégradation des déficits publics en 2008 et, de manière encore plus importante, en 2009 mais ce phénomène est peut-être moins le signe de plans de relance massifs activement décidés que d'une faillite passive de l'Etat (effondrement des recettes fiscales...). Ces déficits devraient de toute façon peser sur les conditions de financement de l'Etat espagnol. De plus, l'inflation excessive dans le passé a dû faire perdre de la compétitivité à l'Espagne. Cette compétitivité ne pouvant pas être regagnée par dévaluation, il faudra des années d'inflation faible (de faible croissance des salaires) pour la restaurer.

PROBLEME 3 (28 points)

EFFETS D'UNE BAISSSE DE TVA

1. (2 points)

Le programme consiste à trouver Q de manière à maximiser le profit $pQ/(1+\tau) - C(Q)$. Sous des conditions générales de régularité de la fonction C , la solution de ce programme revient à égaliser prix perçu par l'entreprise et coût marginal : $Q^O = C_m^{-1}\left(\frac{p}{1+\tau}\right)$. L'offre en concurrence pure et parfaite

dépend donc du prix HT (le seul qui entre dans le programme du producteur). De même, la fonction de demande se déduit de la maximisation de la fonction d'utilité à revenu donné et à prix TTC donné, ce qui fait que la demande ne dépend que du prix TTC.

2. (2 points)

Quand le taux de TVA baisse, la courbe d'offre se déplace vers le bas (à abscisse Q^O fixée, $\frac{p}{1+\tau}$ reste constant et donc l'ordonnée p diminue quand τ baisse). La courbe de demande demeure quant à elle fixe.

3. (1 point)

Le nouvel équilibre se caractérise par un prix TTC inférieur et une quantité de biens consommés supérieure.

4. (2 points)

La fonction d'offre se déduit de la maximisation du profit de l'entreprise comme vu dans la question 1). C'est ici est une fonction croissante (la fonction de coût est une fonction puissance). De même, pour la fonction de demande. a et b sont les élasticités prix de l'offre et de la demande.

5. (3 points)

Le cas $a \rightarrow \infty$ correspond à une courbe d'offre horizontale. Le cas $b \rightarrow \infty$ correspond à une courbe de demande horizontale. Quand $a \rightarrow \infty$ et que la TVA baisse, la baisse des prix est donc maximale. Quand $b \rightarrow \infty$ et que la TVA baisse, l'effet sur les prix est donc nul.

6. (3 points)

En utilisant les dérivées logarithmiques, on trouve :

$$\frac{dQ^O}{Q^O} = a \cdot \frac{dp}{p} - a \cdot \frac{d\tau}{1+\tau} = \frac{dQ^D}{Q^D} = -b \cdot \frac{dp}{p}$$

Et on obtient la relation demandée :

$$\frac{dp}{p} = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{d\tau}{1+\tau}$$

7. (2 points)

Il est plus simple de raisonner ici en supposant que l'on a affaire à une hausse de la TVA. Si le prix TTC p augmente, alors le consommateur paie une partie de la hausse. Et, si le prix hors taxe qui revient au producteur diminue, alors le producteur paye également une partie de la hausse, en rognant

sur ses profits ($\frac{dp^{HT}}{p^{HT}} = \frac{-b}{a+b} \cdot \frac{d\tau}{1+\tau}$). La part payée par le consommateur est proportionnelle à

$a/(a+b)$: elle est d'autant plus grande que l'élasticité prix b de la demande est faible, c'est-à-dire que la demande des ménages est rigide. De même la part payée par le producteur est proportionnelle à $b/(a+b)$ qui est d'autant plus grand que l'élasticité prix a de l'offre est faible.

8. (3 points)

On trouve une baisse de 5,9 % de l'indice des prix dans la restauration et une baisse de 0,3% de l'indice des prix agréé.

9. (2 points)

$\frac{dQ}{Q} = \frac{dQ^D}{Q^D} = \frac{-ab}{a+b} \cdot \frac{d\tau}{1+\tau}$. L'application numérique donne une hausse de 5,9 % de la quantité échangée dans le secteur de la restauration (une hausse de 0,3 % de la consommation au total).

10. (4 points)

Les recettes perçues par l'Etat sont égales à $\tau \cdot p^{HT} \cdot Q$. Leur variation avec τ est donc caractérisée

$$\text{par } d[\ln(\tau p^{HT} Q)] = \frac{d\tau}{\tau} + \frac{dQ}{Q} + \frac{dp^{HT}}{p^{HT}} = \left(\frac{-b(1+a)}{(a+b)(1+\tau)} + \frac{1}{\tau} \right) \cdot d\tau.$$

Les recettes fiscales augmentent avec le taux de la taxe si et seulement si $\frac{-b(1+a)}{(a+b)(1+\tau)} + \frac{1}{\tau} \geq 0$.

Cette condition peut se ré-écrire $\frac{1}{\tau} \geq \frac{a(b-1)}{a+b}$. On peut donc distinguer deux cas :

- si $b > 1$, les recettes fiscales augmentent avec la taxe tant que $\tau \leq \frac{a+b}{a(b-1)}$. Il est donc nécessaire que le taux de la taxe ne soit pas trop élevé ;
- si $b \leq 1$, les recettes fiscales augmentent toujours avec la taxe (car $\frac{1}{\tau} \geq 0 \geq \frac{a(b-1)}{a+b}$).

Compte tenu des valeurs numériques retenues ici, on est dans le deuxième cas. Il est donc impossible ici que les recettes fiscales diminuent quand la taxe augmente.

11. (4 points)

Dans un plan où le PIB figure en abscisse et le niveau des prix en ordonnée, la courbe de demande agrégée se déplace vers la gauche (l'Etat effectue en effet par hypothèse une variation $dG = dT < 0$). La courbe d'offre agrégée ne se déplace pas dans un premier temps, et le nouvel équilibre se caractérise donc par une activité plus faible et des prix plus bas. Une fois le comportement de négociation salariale ajusté sur le nouveau niveau des prix, la courbe d'offre agrégée se déplace à son tour vers le bas : on enregistre des baisses supplémentaires de prix et une hausse du PIB. A terme, on retrouve le PIB d'origine et les prix sont plus bas.

Exercices courts (12 points)

EXERCICE 1 (4 points)

Soit $y = 4000$ la quantité à produire. Il s'agit de minimiser $C_1(y_1) + C_2(y_2)$ sous contrainte $y_1 + y_2 = y$ donc de minimiser $y_1^2 + 3(y - y_1)^2$ pour $y_1 \in [0; y]$.

Dans cette fonction du second degré à minimiser, le coefficient de y_1^2 est positif : la fonction est donc minimale quand sa dérivée s'annule soit pour $y_1 = \frac{3}{4}y$ qui est bien dans l'intervalle admissible $[0; y]$.

On en déduit $y_1 = 3000$ et $y_2 = 1000$.

EXERCICE 2 (4 points)

Après déduction de la fiscalité, le taux effectif net est de 1,22% pour la personne aisée (donc moins intéressant que le livret A) et de 1,54% pour une personne non imposable à l'impôt sur le revenu (donc plus intéressant que le livret A). La publicité omet de mentionner le rendement net de la fiscalité.

EXERCICE 3 (4 points)

La monnaie est un moyen de règlement des échanges économiques, une unité permettant de mesurer la valeur, et une réserve de valeur permettant d'épargner.

Les avantages d'une dématérialisation peuvent être :

- i. des transactions plus rapides (par rapport au traitement d'un chèque)
- ii. des transactions plus faciles
- iii. des transactions plus sécurisées (pas de transports de fonds)
- iv. un coût moindre que la création de monnaie fiduciaire
- v. une limite au marché noir

Les risques et limites peuvent être :

- i. le piratage informatique (doute sur la sécurité accrue mentionnée précédemment comme avantage...)
- ii. un système peu adapté pour régler les petites dépenses courantes (cf. échec commercial de Moneo)
- iii. une dépendance accrue vis-à-vis de l'outil informatique (acceptation par les personnes âgées, risque de paralysie de l'économie en cas de problème sur les systèmes informatiques...)

Année scolaire 2010-2011
CORRIGE DU CONTRÔLE FINAL DES CONNAISSANCES
Durée : 3 heures
4 février 2011

Problème 1 - Marché (15 points)

1) (2 points)

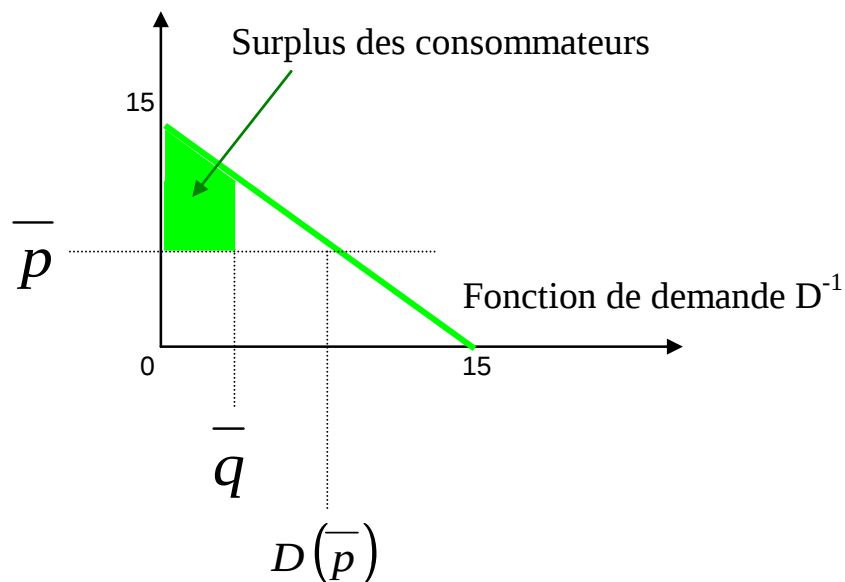
Le surplus de l'entreprise productrice est assimilable à son profit

$$\Pi = \overline{p}q - C(\overline{q}) = \overline{p}q - \overline{q}^2$$

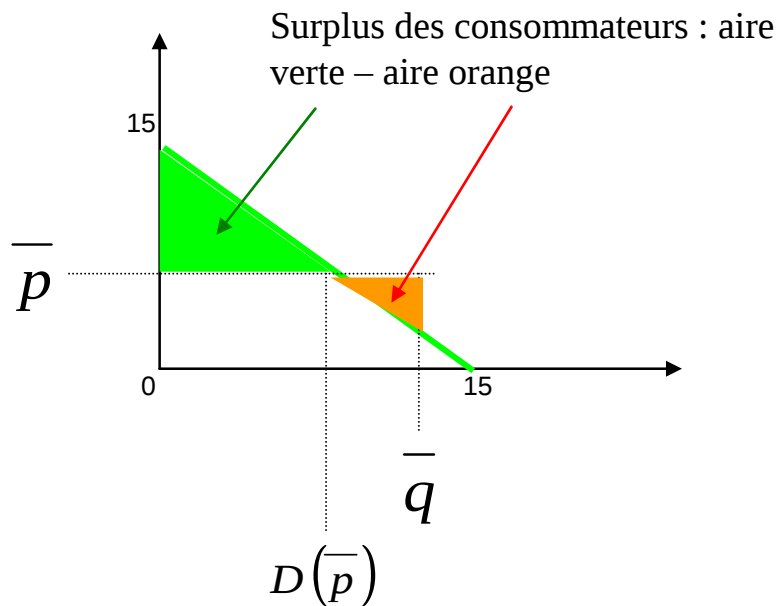
2) (4 points)

Le surplus $\sigma(\overline{p}, \overline{q})$ des consommateurs est donné par l'intégrale sous la courbe de demande.

- C'est l'aire d'un trapèze rectangle quand les consommateurs sont rationnés, cas où l'Etat les force à acheter moins que ce qu'ils voudraient : $\overline{q} \leq D(\overline{p})$.



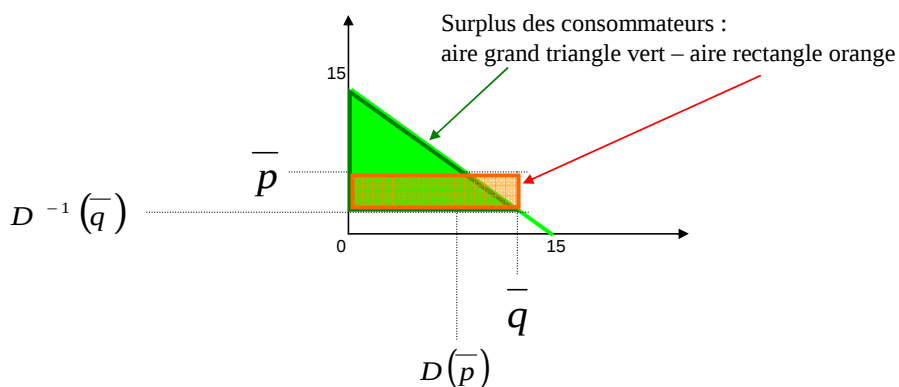
- C'est la différence entre l'aire d'un triangle rectangle (comptée positivement, représentée en vert ci-après) et l'aire d'un autre triangle rectangle (comptée négativement, représentée en orange ci-après) quand l'Etat les force à acheter plus que ce qu'ils voudraient : $\overline{q} \geq D(\overline{p})$.



On peut également voir cette aire comme étant la différence entre

a) le surplus des consommateurs si le prix qui leur était proposé était $D^{-1}(\bar{q})$ c'est à dire le prix qui les fait désirer exactement la quantité qu'ils sont forcés d'acheter (surplus représenté ci après par un triangle rectangle vert) et...

b) le surplus qu'ils perdent du fait que cette quantité $\bar{q}$ est achetée au prix $\bar{p}$ et non au prix $D^{-1}(\bar{q})$ (surplus perdu qui est représenté ci après par un rectangle orange).



3) (3 points)

Dans les deux cas, on obtient $\sigma(\bar{p}, \bar{q}) = \frac{\bar{q}}{2} \cdot (30 - 2\bar{p} - \bar{q})$

4) (3 points)

Le surplus total de la société s'écrit $\Sigma = \Pi + \sigma = \overline{p}\overline{q} - \overline{q}^2 + \frac{\overline{q}}{2} \cdot (30 - 2\overline{p} - \overline{q}) = 15\overline{q} - \frac{3}{2}\overline{q}^2$ qui ne dépend pas du prix $\overline{p}$. En effet, le prix n'intervient que via le produit de la vente $\overline{p}\overline{q}$ qui est un simple transfert entre agents au sein de la société (payé par les consommateurs, reçu par l'entreprise) et qui ne compte donc pas dans le surplus de la société dans son ensemble. Compte tenu de la nature dictatoriale du régime décrit ici, le prix ne joue aucun rôle de signal permettant d'orienter les décisions des agents économiques.

5) (3 points)

L'Etat va chercher à maximiser le surplus total, ce qui donne $\overline{q} = 5$. L'Etat peut choisir n'importe quelle valeur de prix $\overline{p}$: cela ne changera rien au surplus de la société dans son ensemble. En revanche, cela changera le partage de ce surplus entre ménages et producteur. On peut assimiler le rôle que joue le prix dans cette économie au rôle que jouent les impôts forfaitaires entre agents dans une économie de marché.

Problème 2 - Instruments permettant de limiter les émissions de gaz à effet de serre (20 points)

1) (2 points)

On calcule les coûts moyens de l'activité de dépollution :

- pour le secteur 1, le coût moyen vaut 1 pour $0 \leq X_1 \leq 1$ puis $3-2/X_1$ pour $X_1 \geq 1$, il est donc croissant
- pour le secteur 2, le coût moyen vaut X_2 , il est également croissant

Les rendements de 1 et 2 sont donc décroissants.

Pour le secteur industriel, l'inflexion dans la fonction de coût de dépollution peut correspondre à l'utilisation de technologies d'abattement différentes : dans un premier temps, amélioration des processus industriels (utilisation du gaz à la place du fioul par exemple), dans un deuxième temps, recours à un processus plus coûteux (séquestration du CO_2 par exemple). Le coût marginal augmente (il passe de 1 à 3) d'une technologie à l'autre.

Dans le secteur résidentiel-tertiaire, on peut penser par exemple que les rénovations thermiques à mener sur le bâti existant sont de plus en plus coûteuses au fur et à mesure que l'on traite les bâtiments mieux isolés pour une amélioration énergétique identique. Il peut en être de même pour la fabrication de moyens de transport économes en énergies fossiles. Le coût marginal augmente alors continûment.

2) (6 points)

Le problème revient à minimiser la fonction de coût total :

$$\text{Min } C = C_1(X_1) + C_2(X_2) \text{ avec } X_1 + X_2 = X$$

La condition du premier ordre suffit car les rendements sont décroissants. A X fixé, en dérivant par rapport à X_1 , on a :

$$dC/dX_1 = 0 = C_1'(X_1) + dX_2/dX_1 * C_2'(X_2) = 0 \text{ et en utilisant le fait que } X_2 = X - X_1, \text{ on obtient :}$$

$$C_1'(X_1) = C_2'(X_2)$$

On obtient ainsi que pour minimiser le coût total d'abattement, il faut égaliser les coûts marginaux individuels d'abattement : la dernière unité de CO_2 évitée coûte la même chose pour le secteur 1 et le secteur 2.

Ce résultat s'obtient directement de manière intuitive : si les deux coûts marginaux n'étaient pas égaux, le même objectif de dépollution pourrait être atteint à moindre coût en demandant au secteur à coût marginal faible de dépolluer une unité de plus et au secteur à coût marginal fort de dépolluer une unité de moins.

Les coûts marginaux valent respectivement :

- $C_1'(X_1) = 1$ pour $0 \leq X_1 \leq 1$ puis 3 pour $X_1 \geq 1$
- $C_2'(X_2) = 2 X_2$ pour tout $0 \leq X_2$

A partir de là, on peut faire des raisonnements de minimisation de la fonction d'abattement totale ou, plus simplement, faire des raisonnements sur la base des coûts marginaux. On en déduit alors que :

- Pour $0 \leq X \leq 1/2$, $X_1 = 0$ et $X_2 = X$. L'effort d'évitement est tout entier réalisé par le secteur 2 où le coût marginal d'abattement est inférieur à celui de 1 ; $C = X^2$

- Pour $1/2 \leq X \leq 3/2$, $X_1 = X - \frac{1}{2}$ et $X_2 = 1/2$. Au-delà de 1/2 et jusqu'à 3/2, le surplus d'effort est tout entier réalisé par le secteur 1 où le cout marginal d'abattement est fixe et égal à celui de 2 ; $C = X - \frac{1}{4}$

- Pour $3/2 \leq X \leq 5/2$, $X_1 = 1$ et $X_2 = X - 1$. Au-delà de 3/2 et jusqu'à 5/2, le surplus d'effort est tout entier réalisé par le secteur 2 où le cout marginal d'abattement est inférieur à celui de 1 ; $C = 1 + (X - 1)^2$

- Pour $X \geq 5/2$, $X_1 = X - 3/2$ et $X_2 = 3/2$. Au-delà de 5/2, le surplus d'effort est tout entier réalisé par le secteur 1 où le cout marginal d'abattement est inférieur à celui de 2 ; $C = 3X - \frac{17}{4}$

On peut vérifier la continuité des valeurs de X_1 , X_2 et C .

Les résultats se résument dans le tableau suivant où l'on fait apparaître les valeurs seuils de X : $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{2}$.

	Valeur optimale de X_1	Valeur optimale de X_2	Coût total d'abattement
$0 \leq X \leq \frac{1}{2}$	0	X	X^2
$\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{2}$	$X - \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$X - \frac{1}{4}$
$\frac{3}{2} \leq X \leq \frac{5}{2}$	1	$X - 1$	$1 + (X - 1)^2$
$\frac{5}{2} \leq X$	$X - \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$3X - \frac{17}{4}$

3) (4 points)

D'après la question précédente, pour minimiser le coût d'abattement dans la situation où X vaut 1, il faut imposer $X_1 = X_2 = \frac{1}{2}$.

Pour cela, il faut fixer au secteur 1 un quota d'émission égal à $X_1^0 - \frac{1}{2}$.

Pour le secteur 2, il faut fixer une taxe égale au coût marginal d'évitement à l'objectif $X_2 = \frac{1}{2}$. En effet, dans ce cas, sur la base d'un raisonnement en coût marginal, le secteur 2 décidera de dépolluer tant que le coût marginal de dépollution sera inférieur à la taxe et préférera payer la taxe au-delà. Le niveau de la taxe le conduira donc bien à choisir la valeur $X_2 = \frac{1}{2}$ désirée. (On peut également faire le raisonnement consistant à minimiser $C_2(X_2) + t(X_2^0 - X_2)$ qui donne bien $t = C_2'(X_2)$).

En $X_2 = \frac{1}{2}$, $C_2' = 2 * (1/2) = 1$, il faut donc fixer le taux de la taxe à 1.

Dans ce cas, le coût total de dépollution vaut : $C = 1/2 + 1/4 = 3/4$

4) (4 points)

Suivant le raisonnement de la question précédente, avec $t=1/3$, on trouve $X_2=1/6$. Dans ce cas, pour atteindre l'objectif de réduction total de $X = 1$, il faut imposer au secteur industriel un quota égal à $X_1^0 - \frac{5}{6}$. Le coût total d'abattement, en revenant à la formule $C = C_1(X_1) + C_2(X_2)$, est alors égal à $C = 5/6 + 1/36 = 31/36$.

A l'optimum décrit dans la question précédente, le coût total était de $C = 1/2 + 1/4 = 3/4 = 27/36 < 31/36$. Le fait de ne pas imposer l'égalisation des coûts marginaux d'abattement entre les secteurs rend le coût total d'abattement supérieur à la situation optimale. Céder aux pressions des automobilistes et des routiers conduit à une situation qui accroît le coût total de dépollution pour le pays et n'est donc pas optimale. Pour résoudre ce problème, l'Etat pourrait redistribuer le produit de la taxe idéale ($t=1$) perçue sur le secteur 2 aux agents de ce secteur, mais sous une forme forfaitaire afin de ne pas perturber le signal marginal qu'envoie la taxe. Par exemple, l'Etat pourrait distribuer des chèques forfaitaires à chaque agent du secteur 2.

5) (4 points)

D'après la question 2, il faut imposer dans ce cas $X_1=1$ et $X_2=1/2$. En tenant le même raisonnement qu'à la question 3, il faut imposer la quantité à éviter $X_1=1$ au secteur industriel, donc lui donner des quotas $X_1^0 - 1$, et fixer la taxe à $t=1$ pour le secteur résidentiel-tertiaire. L'accroissement de l'objectif de dépollution passe ainsi intégralement par une augmentation de l'effort demandé au secteur industriel alors que le secteur résidentiel-tertiaire n'a pas d'effort de plus à effectuer. Il ne s'agit pas d'une injustice visant à faire souffrir les industriels mais de la répartition la meilleure qui soit pour le pays. Là encore, l'Etat peut intervenir pour répartir différemment les coûts liés à la lutte contre le changement climatique, sans modifier les vertus du signal marginal que donnent permis et taxe. Par exemple, il peut affecter au secteur 1 le produit de la taxe perçue sur le secteur 2, de manière forfaitaire.

Problème 3 - Investissement (10 points)

1) (1 point)

Chacune des quatre premières années le flux d'encaisses est négatif et vaut en valeur absolue $I_j = \frac{P_e \cdot I_{MW}}{4}$ pour $3 \geq j \geq 0$

2) (1 point)

$$B_n = P_e \cdot T \cdot (p - c_v - p_g) - P_e \cdot c_m$$

3) (6 points)

$$VAN = -\sum_{i=0}^3 \frac{P_e \cdot I_{MW}}{4 \cdot (1+r)^i} + \sum_{i=4}^{28} \frac{P_e \cdot T \cdot (p - c_v - p_g) - P_e \cdot c_m}{(1+r)^i}$$

$$VAN = -\frac{P_e \cdot I_{MW}}{4} \cdot \frac{(1+r)^4 - 1}{r \cdot (1+r)^3} + \frac{(P_e \cdot T \cdot (p - c_v - p_g) - P_e \cdot c_m)}{(1+r)^3} \cdot \frac{(1+r)^{25} - 1}{r \cdot (1+r)^{25}}$$

4) (2 points)

Avec un taux d'actualisation de 10 % et les données de l'énoncé, on obtient une VAN égale à -64,5 M€. Dans ces conditions tarifaires, les investisseurs internationaux ne financeront pas le projet (VAN strictement négative).

Problème 4 - Optimisation du niveau macroéconomique d'investissement public (35 points)

1) (4 points)

La fonction objectif de l'Etat est la somme de la satisfaction des générations présentes $U(C_0)$ et de la satisfaction des générations futures $U(C_1)$ cette dernière étant diminuée par le taux d'impatience qui joue comme un taux d'actualisation s'appliquant à la satisfaction, ou utilité, U .

Ainsi, pour le gouvernement, une unité d'utilité des générations futures est inférieure ou égale à une unité d'utilité des générations présentes. Un gouvernement qui prétend accorder autant d'intérêt aux générations futures qu'aux générations présentes devrait prendre $\delta = 0$ pour assurer l'égalité. Si $\delta > 0$, en revanche, les générations futures comptent moins que les générations présentes dans la fonction objectif. Cela peut être justifié si on considère que le gouvernement est plus sensible aux besoins des générations présentes (qui votent, contrairement aux générations futures) ou si l'on considère que le gouvernement n'est pas sûr qu'il y aura des générations futures (catastrophe faisant disparaître le pays...). Ainsi, le cas où il n'y a pas de générations futures s'obtient en prenant $\delta = +\infty$.

Dans le modèle qui est proposé, la satisfaction d'une génération ne dépend que de son volume total de consommation, somme de la consommation privée, qui est une consommation directe, et de la consommation publique, qui sert aussi mais indirectement sa satisfaction (police, santé, éducation...). Cette vision consumériste est restrictive (le bonheur dépend non seulement des richesses marchandes mais aussi de l'état de l'environnement, etc.). De plus le lien entre satisfaction et volume consommé est censé être invariant dans le temps puisque la fonction U est la même d'une période à l'autre.

U s'assimile à une fonction d'utilité, ce qui explique les hypothèses la concernant :

- elle est strictement croissante car la satisfaction augmente strictement avec la quantité consommée ; l'utilité marginale est strictement positive ; $U' > 0$;
- elle est concave car l'utilité marginale diminue avec la quantité consommée par un phénomène de saturation ; en effet la première unité consommée apporte plus de satisfaction additionnelle que la deuxième unité consommée et ainsi de suite ; U' diminue avec C et donc $U'' \leq 0$.

On peut aussi souligner que l'Etat ne regarde que l'agrégat global de la consommation et demeure indifférent au caractère équitable ou non de la répartition de la consommation entre agents.

2) (4 points)

On s'attend à ce que le projet d'investissement dégrade la consommation présente et accroisse la consommation future. En effet, un projet d'investissement public se traduit d'abord par des dépenses publiques qui jouent négativement sur la consommation publique (réorientation du budget de l'Etat vers l'investissement plutôt que vers la consommation) et sur la consommation privée (directement, via des hausses immédiates d'impôts finançant les dépenses publiques, ou indirectement si les ménages anticipent la hausse future de fiscalité qui permettra de financer les dépenses supplémentaires ou encore si les taux d'intérêt augmentent et découragent la consommation au profit de l'épargne).

A l'inverse, le projet d'investissement public dégage normalement des recettes à l'avenir, ce qui se traduit par une hausse de la consommation future.

On s'attend donc à ce que les ménages et l'Etat consomment moins en période présente et plus en période future : $X_0 \leq 0$ et $X_1 \geq 0$.

N.B. Des réponses étayées fondées sur des arguments keynésiens (hausse de la consommation privée présente ; baisse de la consommation privée future) peuvent aussi être acceptées.

3) (4 points)

Une fois effectué le développement limité au premier ordre $U(\overline{C}_n) = U(C_n + X_n) \approx U(C_n) + X_n \cdot U'(C_n)$, les conditions suivantes sont toutes équivalentes.

Le projet d'investissement est rentable si et seulement si :

$$f(\overline{C}_0, \overline{C}_1) \geq f(C_0, C_1)$$

$$U(C_0) + X_0 \cdot U'(C_0) + \frac{1}{1+\delta} (U(C_1) + X_1 \cdot U'(C_1)) \geq U(C_0) + \frac{1}{1+\delta} U(C_1)$$

$$X_0 + \left[\left(\frac{1}{1+\delta} \right) \cdot \frac{U'(C_1)}{U'(C_0)} \right] X_1 \geq 0$$

On a utilisé $U'(C_0) > 0$ (cf. question 1 sur l'utilité marginale strictement positive), résultat important pour diviser par $U'(C_0)$ en conservant le sens de l'inégalité dans la démonstration précédente.

4) (6 points)

a) La consommation totale croît comme le PIB à long terme : on peut donc bien rapprocher g de la croissance économique. Dans les pays développés la croissance annuelle du PIB avant la crise est de l'ordre de 1 % (Japon) à 3 % (Etats-Unis) en passant par 2 % (zone euro), ce qui est bien compatible avec l'hypothèse que g est petit devant 1 si on considère que le modèle construit ici est un modèle dont le pas temporel est annuel ou même décennal. Dans les pays en développement la croissance est plus élevée (10 % en Chine). Là encore l'hypothèse sur g semble valable mais il faut considérer que le modèle est annuel au maximum.

b) Par construction γ est un paramètre positif (cf. question 1. sur les signes de U' et de U'') et adimensionnel. Il peut bien être relié à l'aversion au risque puisque cette dernière dépend de la concavité de la fonction d'utilité U dans l'axiomatique de Von Neumann et Morgenstern. Ainsi, si les générations sont neutres au risque $\gamma = 0$. Et γ est d'autant plus grand que l'aversion au risque est grande (que la fonction d'utilité est concave). L'aversion absolue au risque ferait intervenir uniquement la concavité de U et dépendrait du niveau de consommation. Ici elle est relative car on corrige précisément du niveau de consommation pour obtenir un nombre adimensionnel.

5) (5 points)

En utilisant le développement limité $U'(C_1) \approx U'(C_0) + (C_1 - C_0) \cdot U''(C_0) = U'(C_0) + g \cdot C_0 \cdot U''(C_0)$ on trouve que la condition déclenchant l'investissement qui avait été obtenue à la question n°3 s'écrit de manière équivalente

$$X_0 + \left[\left(\frac{1}{1+\delta} \right) \cdot \left(1 + g \cdot C_0 \cdot \frac{U''(C_0)}{U'(C_0)} \right) \right] X_1 \geq 0$$

$$X_0 + \left[\left(\frac{1}{1+\delta} \right) \cdot (1 - \gamma g) \right] X_1 \geq 0$$

Enfin, en utilisant le fait que $\gamma g \ll 1$ et que $\delta \ll 1$, on peut écrire

$$\left(\frac{1}{1+\delta} \right) \cdot (1 - \gamma g) \approx \frac{1}{1+\delta} \cdot \frac{1}{1+\gamma g} = \frac{1}{1+\delta + \gamma g + \delta \gamma g} \approx \frac{1}{1+\delta + \gamma g}$$

6) (6 points)

L'expression dont la positivité doit déclencher l'investissement public apparaît comme une Valeur Actualisée Nette où r est un taux d'actualisation réel qui s'applique au volume futur de consommation. Il permet donc de rendre commensurables le volume de consommation future (X_1) et le volume de consommation présente (X_0).

Alors que δ permettait de rendre commensurables des utilités, c'est r qui convient pour des consommations (la citation de l'économiste à commenter s'applique donc à la préférence pour consommer maintenant plutôt que dans le futur).

r est constitué de la somme de deux termes :

- δ qui traduit un pur effet d'impatience de la génération présente vis-à-vis de la génération future (cf. question 1), effet psychologique indépendant de tout effet économique ;

- γg qui traduit un effet économique lié à la richesse croissante des générations ; comme l'utilité marginale diminue avec la quantité consommée et que la consommation augmente grâce à la croissance économique, une unité de consommation en plus apporte davantage de satisfaction si elle est affectée à la génération présente qui est pauvre qu'à la génération future qui sera riche ; cet effet est d'autant plus important que la génération future sera riche (g grand) ou que l'utilité marginale décroît vite (γ grand).

Ainsi, dans un pays sans croissance économique, l'effet richesse est nul et l'actualisation ne peut reposer que sur l'impatience psychologique. A l'inverse dans un pays à très forte croissance, l'effet richesse sera important et dominera la détermination du taux d'actualisation. Si l'on anticipe une récession, l'effet richesse devient négatif ($g < 0$) et le taux d'actualisation r sera faible, voire même négatif (traduisant une préférence pour la consommation future).

7) (1 point)

Compte tenu des valeurs numériques proposées, on obtient un taux d'actualisation r compris entre 0,8 % et 17 %.

8) (5 points)

Il est légitime de comparer ρ à r car un des investissements possibles à considérer par l'Etat consiste à agir sur les marchés financiers.

Par exemple, l'Etat peut décider d'investir sur le marché financier en prélevant à cet effet des impôts sur la génération actuelle ce qui dégrade sa consommation ($X_0 < 0$), en plaçant le montant $-X_0$ sur le marché financier (en prêtant à l'Allemagne par exemple), et il récupèrera $X_1 = -\rho X_0 > 0$ pour la génération future qui verra ainsi sa consommation augmenter (quand l'Allemagne remboursera).

A l'équilibre, on s'attend donc à ce que $r = \rho$ car sinon il serait intéressant soit d'épargner davantage en prêtant plus à l'Allemagne (si $r < \rho$) soit à l'inverse d'emprunter plus à l'Allemagne (si $r > \rho$).

Enfin, la réputation de l'Allemagne permet de considérer ses obligations comme un bon exemple d'actif sans risque, ce qui correspond au modèle retenu où il n'y a pas d'incertitude.

Le graphe indique des valeurs de ρ comprises en 1 % et 6 % avec une moyenne aux environs de 3 % (et une tendance à la baisse de ρ avec le temps). Ces valeurs sont compatibles avec celles obtenues à la question précédente (et avec l'idée que la croissance diminue en zone euro).

En particulier, $\rho = 3\%$ peut être expliqué par la conjonction des paramètres suivants

- $\delta = 1\%$;
- $\gamma = 2$;
- $g = 1\%$.

N.B. Tout autre jeu de paramètres convenable est acceptable dès lors que g correspond à une croissance économique réaliste.

Problème 5 – Crise de 2009 (20 points)

1) (3 points)

Comme $Z = C + G$, on obtient $\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta C}{C} \cdot \frac{C}{Z} + \frac{\Delta G}{G} \cdot \frac{G}{Z}$.

En utilisant $\frac{C}{Z} + \frac{G}{Z} = 1$ on peut ré-écrire cette égalité $\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta C}{C} \cdot \left(1 - \frac{G}{Z}\right) + \frac{\Delta G}{G} \cdot \frac{G}{Z}$.

Les hypothèses fournies se traduisent par $\frac{\Delta Z}{Z} = +1,2\%$ tandis que le tableau fournit $\frac{\Delta C}{C} = +0,9\%$ et

$$\frac{\Delta G}{G} = +4,2\%. \text{ On en déduit donc facilement } \frac{G}{Z} = \frac{\frac{\Delta Z}{Z} - \frac{\Delta C}{C}}{\frac{\Delta G}{G} - \frac{\Delta C}{C}} = \frac{1,2 - 0,9}{4,2 - 0,9} \approx 9\%.$$

La consommation publique est donc faible (9 % du total) par rapport à la consommation privée (91 % du total).

2) (3 points)

En limitant le PIB à la demande intérieure hors stocks, on trouve $Y = Z + I$.

On obtient donc en variation $\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta Z}{Z} \cdot \frac{Z}{Y} + \frac{\Delta I}{I} \cdot \frac{I}{Y}$.

On en déduit directement le taux de croissance théorique du PIB :

$$\frac{\Delta Y}{Y} = (+1,2\%) \cdot 80\% + (-7,1\%) \cdot 20\% \approx -0,46\%.$$

La contraction du PIB prévue ainsi est très inférieure à ce qui a été constaté : la demande intérieure hors stock à elle seule ne peut pas expliquer l'ampleur de la récession.

3) (3 points)

A partir de $Y = Z + I + X - M$, on obtient $\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta Z}{Z} \cdot \frac{Z}{Y} + \frac{\Delta I}{I} \cdot \frac{I}{Y} + \frac{\Delta X}{X} \cdot \frac{X}{Y} - \frac{\Delta M}{M} \cdot \frac{M}{Y}$.

Les termes liés aux échanges extérieurs correspondent à

$$\frac{\Delta X}{X} \cdot \frac{X}{Y} - \frac{\Delta M}{M} \cdot \frac{M}{Y} = (-12,4\%) \cdot 27\% - (-10,7\%) \cdot 29\% \approx -0,24\%$$

On obtient donc une estimation de la récession $\frac{\Delta Y}{Y} \approx -0,70\%$ encore très inférieure aux observations.

4) (4 points)

La prise en compte du stockage donne $Y = Z + I + X - M + \Delta S$.

Les stocks jouent donc sur le taux de croissance du PIB par un terme $\frac{\Delta(\Delta S)}{Y} \approx \frac{-35,5}{1907} \approx -1,9\%$

(On a utilisé le volume indiqué dans le cours écrit pour le PIB en France soit environ 1907 milliards d'euros en 2009.)

La contribution des stocks à la croissance indiquée dans le tableau (-1,9 point) est identique.

5) (7 points)

La récession est essentiellement due à un phénomène de déstockage massif des entreprises.

Face à une demande atone, ces dernières ne voulaient pas se placer dans une situation de surproduction et ont préféré écouler leurs stocks plutôt que produire. En effet, stocker a un coût : il faut entreposer la production ; celle-ci peut se déprécier avec le temps. De plus, les entreprises faisaient face à des contraintes de financement et elles ont donc cherché les moyens d'engendrer du chiffre d'affaires sans produire ou investir.

En conséquence, la production a chuté, notamment dans l'industrie et donc certaines usines ne fonctionnaient plus à temps plein voire étaient à l'arrêt pendant des périodes de plusieurs semaines. Du chômage technique a donc été mis en place ainsi que des licenciements.

Les axes de la politique de relance mise en œuvre pouvaient concerner un soutien à la trésorerie des entreprises pour éviter qu'elles déstockent par manque de liquidités ; une aide au financement par une politique monétaire accommodante (taux d'intérêt bas) ; un soutien de la demande avec par exemple la prime à la casse (politique budgétaire).

Année scolaire 2011-2012

CORRIGE DU CONTRÔLE FINAL DES CONNAISSANCES

Durée : 3h00

30 janvier 2012

Problème 1 –Ouverture des marchés et garantie de prix (10 points)

Question 1 :

L'équilibre du marché s'écrit : $n(k_1\bar{p} + k_2p) = 2m(1 - p)$, ce qui conduit à :

$$p^{**} = \frac{2m - nk_1\bar{p}}{2m + nk_2}$$

Or on remarque qu'on peut écrire p^* sous la forme:

$$p^* = \frac{2m - nk_1p^*}{2m + nk_2}$$

Comme $\bar{p} > p^*$, on en déduit $p^{**} < p^*$.

La garantie de prix apporté par l'Etat fait baisser le prix d'équilibre du marché.

A partir des inégalités des prix, on déduit facilement que $S(p^{**}) > S(p^*)$, $\Pi_1(\bar{p}) > \Pi_1(p^*)$ et $\Pi_2(p^{**}) < \Pi_2(p^*)$.

Les producteurs du pays 1 gagnent à la politique de prix garanti, ceux du pays 2 y perdent. Les consommateurs ont un surplus plus élevé mais on n'a pas encore pris en compte le coût de la garantie de prix (supportée par le contribuable).

Question 2 :

On a :

$$T(\bar{p}) = k_1 n \bar{p} (\bar{p} - p^{**}) = k_1 n \bar{p} \frac{n \bar{p} (k_1 + k_2) - 2m(1 - \bar{p})}{nk_2 + 2m}$$

On montre que $\bar{W}$ atteint son maximum en $\bar{p} = p^*$. La politique de prix garanti réduit donc le surplus collectif des deux pays.

La Politique Agricole Commune Européenne basée sur des prix garantis est un exemple d'une politique de ce type. Elle évolue maintenant vers des aides directes aux producteurs, sans lien avec les quantités produites, afin de ne pas créer des distorsions économiques liées aux garanties de prix.

Problème 2 - Rentabilité des investissements (20 points)

1. (4 points) Le projet ne doit être mis en œuvre par le GPM que s'il offre une valeur actuelle nette positive avec le taux d'actualisation réel de $\alpha = 4\%$. Le calcul donne :

$$VAN = -40000000 + 1500000 \cdot \sum_{k=1}^{35} \frac{1}{(1 + \alpha)^k}$$

Soit :

$$VAN = -40000000 + 1500000 \cdot \frac{(1 + \alpha)^{35} - 1}{(1 + \alpha)^{36} - (1 + \alpha)^{35}} \cong -12003080$$

La VAN du projet étant négative, il faut recommander au directeur général de refuser de mettre en œuvre le projet d'investissement.

2.

a) (2 points) Le projet induit des externalités positives correspondant aux émissions de gaz à effet de serre évitées par le recours à une source d'énergie propre. Les émissions évitées n'étant pas tarifées, cette externalité positive n'est pas « captée » dans le calcul de la VAN financière. Il aurait pu être capté par un calcul de VAN socio-économique en revanche. Les collectivités locales peuvent être intéressées à la réalisation du projet compte tenu de sa rentabilité socio-économique positive.

D'un point de vue économique, les collectivités locales peuvent également espérer des retombées du projet à travers l'effort de R&D auquel il donnera lieu.

A titre plus politique, les collectivités locales peuvent également trouver un intérêt à renforcer leur image de collectivité préoccupée des questions de développement durable à travers la promotion d'une source d'énergie propre.

Enfin, les collectivités locales peuvent être intéressées politiquement par l'argument des emplois créés par l'activité subventionnée. Toutefois, cet argument n'est pas justifié économiquement : les impôts levés pour financer les subventions détruisent des emplois ailleurs dans l'économie. D'ailleurs, si on accepte l'argument que subventionner une activité y favorise l'emploi, cela justifierait de subventionner toutes les activités ce qui est naturellement impossible. Enfin, dans le cas présent, l'impact direct sur l'emploi semble faible une fois le projet construit...

b) (2 points) Il faut indiquer donner au directeur général pour mandat d'obtenir des collectivités locales une subvention de 12 003 080 € au minimum, afin d'obtenir une VAN positive (toutes choses étant égales par ailleurs, notamment le taux d'actualisation et le loyer).

c) (1 point) L'échéancier de paiement de la subvention n'est pas neutre puisqu'il intervient directement dans le calcul de la VAN à travers l'actualisation. Si la somme n'est pas versée en une seule fois au début, il faut prendre garde que sa valeur actualisée soit bien suffisante pour assurer une VAN positive.

3.

a) (3 points) Le calcul numérique donne un TRI réel de 4,8604% environ. On pourra admettre une réponse sous forme d'un intervalle d'amplitude 0,2%.

b) (3 points) Le raisonnement du directeur du développement est erroné : comme on l'a vu dans le cours, il n'est pas possible de « classer » les projets d'investissement selon leur TRI : un projet n'est pas d'autant plus rentable que son TRI est élevé. Le choix entre les deux projets nécessiterait une analyse financière plus poussée pour déterminer le projet dont la VAN est la plus élevée, pour un taux d'actualisation donné.

4.

a) (3 points) D'après les hypothèses de l'énoncé, le taux d'actualisation réel à utiliser dans cette question est de 6%. Ce taux étant supérieur au TRI réel obtenu à la question précédente, la VAN du projet est désormais négative (pas besoin de faire de calcul de VAN...)

b) (2 points) L'Etat peut lui-même décider d'apporter une subvention directe au projet. On pourrait imaginer que l'Etat accorde une subvention d'investissement ou une subvention d'exploitation (compensant une insuffisance de produits d'exploitation ou un excès de charges).

Par ailleurs, deux paramètres du modèle (loyer et durée) n'ont pas été utilisés. Une augmentation du loyer ou un allongement de la durée du bail permettraient d'augmenter la VAN du projet pour le GPM. Ces deux mesures correspondent néanmoins à un effort financier de la part de l'entreprise XWind. A titre de compensation, l'Etat peut s'engager à subventionner le prix de rachat de l'énergie éolienne à l'entreprise XWind. Pour financer cet effort, l'Etat peut envisager de taxer les sources d'énergie polluantes.

Problème 3 - Multiplicateur des dépenses publiques

- Sur le marché des biens et du travail, le salaire nominal W et les prix P sont supposés rigides (à court terme). Ils ne peuvent s'ajuster pour équilibrer offre et demande. L'équilibre se fait non pas par les prix mais par les quantités. Sur chaque marché c'est la quantité la plus faible qui détermine la quantité effectivement produite (ou utilisée) sur le marché. En particulier :
 - Le marché des biens est supposé être en excès d'offre. Pour le niveau de salaire et de prix en vigueur, c'est la demande globale qui contraint l'offre. Les entreprises seraient prêtes à produire plus mais elles ne trouveraient pas de débouchés.
 - Sur le marché du travail on suppose également qu'il y a un excès d'offre. Il y a du chômage involontaire : pour le niveau de salaire en vigueur les ménages seraient prêts à travailler davantage mais ils sont contraints par une demande de travail insuffisante.

La demande globale contraint l'offre de biens des entreprises et leur demande de travail.

- La résolution du modèle IS-LM ne fait intervenir que 2 marchés (biens et monnaie) sur 4 (biens, monnaie, travail et titre). On peut en effet déduire de l'équilibre du marché des biens et de celui de la monnaie le PIB d'équilibre i.e. la quantité de biens effectivement produite. Du PIB d'équilibre découle la demande de travail nécessaire à cette production. Or en situation d'excès d'offre de travail c'est la demande de travail qui détermine le niveau d'emploi dans l'économie.
Et dès lors que les trois autres marchés sont simultanément à l'équilibre, l'identité de Walras implique que le marché des titres est aussi à l'équilibre.

- A court terme la fixité des prix et des salaires implique que l'efficacité de la relance budgétaire n'est pas progressivement éteinte par une spirale prix-salaires. De plus le cadre keynésien stipule que le marché est en excès d'offre ce qui implique que les entreprises ont les capacités de production nécessaires pour répondre à une hausse de la demande (de même il y a excès d'offre sur le marché de l'emploi). Dans ce contexte les politiques conjoncturelles sont efficaces pour relancer l'activité et l'emploi.

- (IS) $Y = C + I + G$

$$Y = cR_t + C_0 + \bar{I} + \bar{G}$$

$$Y = c(Y - \bar{T} - \tau Y) + C_0 + \bar{I} + \bar{G}$$

$$\text{D'où } Y_E = \frac{(C_0 - c\bar{T} + \bar{I} + \bar{G})}{1 - c(1 - \tau)}$$

- Ici l'investissement ne dépend pas de r donc l'équilibre sur le marché de la monnaie n'intervient pas.

- Politique budgétaire expansionniste financée par emprunt ($\Delta \bar{G} > 0$).

- Si $\tau = 0$

$$\text{On a : } \frac{\Delta Y_E}{\Delta \bar{G}} = \frac{1}{1 - c} > 1$$

Le multiplicateur est supérieur à 1 car en plus de l'effet direct de la hausse des dépenses publiques sur l'activité, on a une hausse de la consommation liée à la hausse de l'activité et du revenu disponible des ménages. Cela provoque une boucle consommation- revenu- consommation.

- Si $\tau > 0$:

$$\frac{\Delta Y_E}{\Delta \bar{G}} = \frac{1}{1 - c(1 - \tau)} > 1$$

Le multiplicateur est toujours supérieur à 1 mais moins élevé qu'auparavant : la hausse de la consommation induite par la hausse de l'activité est plus faible car l'augmentation du revenu implique une hausse des impôts.

$$7. \quad Y = \frac{1}{1-c(1-\tau)} * (C_0 - c\bar{T} + \bar{I} - \beta r + \bar{G})$$

L'équation (IS) fait intervenir deux variables endogènes (Y et r), elle ne permet plus à elle seule de déterminer le niveau d'activité d'équilibre de l'économie. On a besoin de définir l'équilibre sur le marché de la monnaie.

8.

$$a. \quad (LM) : \frac{\bar{M}}{P} = m_1 Y - m_2 r$$

$$b. \quad Y_E = \frac{1}{1-c(1-\tau)+\beta^{m_1/m_2}} * (C_0 - c\bar{T} + \bar{I} + \beta \frac{\bar{M}/P}{m_2} + \bar{G})$$

$$r_E = \frac{m_1/m_2}{1-c(1-\tau)+\beta^{m_1/m_2}} * (C_0 - c\bar{T} + \bar{I} + \bar{G}) - \frac{1-c(1-\tau)}{[1-c(1-\tau)]m_2 + \beta m_1} \frac{\bar{M}}{P}$$

$$c. \quad \frac{\Delta Y_E}{\Delta \bar{G}} = \frac{1}{1-c(1-\tau)+\beta^{m_1/m_2}} > 0$$

Ici le multiplicateur est inférieur aux deux cas précédents car la hausse des dépenses publiques provoque une hausse du taux d'intérêt ($\frac{\Delta r_E}{\Delta \bar{G}} > 0$: sur le marché de la monnaie, à offre inchangée il faut que la demande de monnaie pour motif d'épargne diminue i.e. que r augmente pour compenser la hausse de demande pour motif de transaction/ précaution) ce qui déprime l'investissement.

9. Economie ouverte :

a. Le paramètre z représente la propension marginale à importer (part de la demande qui se porte sur des biens importés en cas de hausse du revenu).

$$b. \quad Y_E = \frac{1}{1-c(1-\tau)+z+\beta^{m_1/m_2}} * (C_0 - c\bar{T} + \bar{I} + \beta \frac{\bar{M}/P}{m_2} + \bar{G} + \bar{X} - Z_0)$$

$$c. \quad \frac{\Delta Y_E}{\Delta \bar{G}} = \frac{1}{1-c(1-\tau)+z+\beta^{m_1/m_2}} > 0$$

Le multiplicateur est plus faible qu'en économie fermée car toutes choses égales par ailleurs, une partie de la hausse de la demande effective liée à l'augmentation de l'activité s'adresse à l'étranger : fuite par les importations.

$$\frac{\Delta \bar{C}}{\Delta \bar{G}} = -z \frac{\Delta Y_E}{\Delta \bar{G}} = \frac{-z}{1-c(1-\tau)+z+\beta^{m_1/m_2}} < 0$$

La relance budgétaire provoque une hausse des importations qui dégrade le solde commercial.

Problème 4 – Asymétrie d'information (15 points)

1) (1 point) cf. cours : fonctions d'utilité de VNM, cardinales. Les paramètres q_1 et q_2 correspondent à des gains.

2) (4 points)

a) (1 point) Avant de vendre son véhicule, l'agent P atteint le niveau d'utilité $U = M + q$. S'il vend son véhicule, son utilité devient : $U = M + p$

b) (2 points) Les 5 cas à considérer sont :

$p < q_2$: aucun possesseur de véhicule n'a intérêt à vendre, la quantité offerte est nulle.

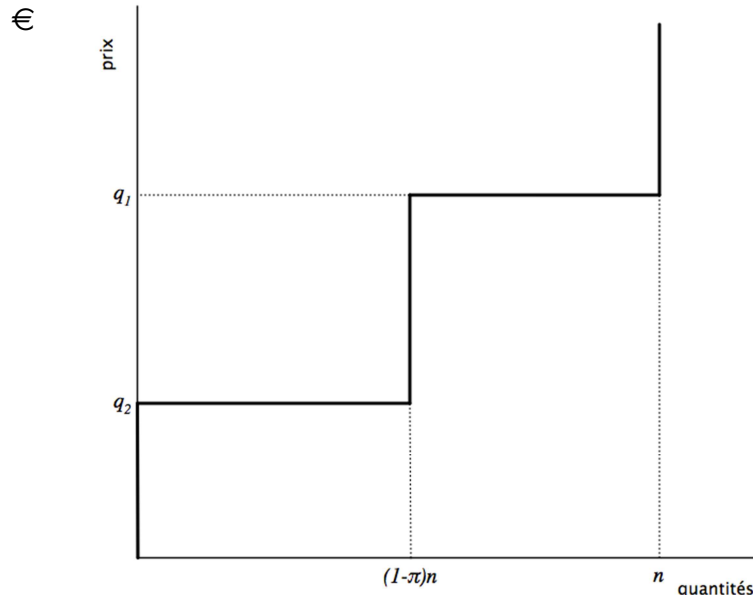
$p = q_2$: les possesseurs d'un véhicule de mauvaise qualité sont indifférents entre vendre et ne pas vendre, la quantité offerte se situe entre 0 et $(1 - \pi)n$.

$q_2 < p < q_1$: tous les possesseurs d'un véhicule de mauvaise qualité le mettent en vente, les possesseurs d'un véhicule de bonne qualité ne souhaitent pas vendre, la quantité offerte est $(1 - \pi)n$.

$p = q_1$: les possesseurs d'un véhicule de bonne qualité sont indifférents entre vendre et ne pas vendre, la quantité offerte se situe entre $(1 - \pi)n$ et n .

$p > q_1$: tous les possesseurs de véhicule (les agents P) le mettent en vente, la quantité offerte est n .

c) (1 point) Compte tenu des informations précédentes, on obtient la courbe d'offre suivante :



3) (5 points)

a) (1 point) Les agents maximisent l'espérance d'utilité (qui est linéaire en $E(q)$). Les agents sont donc neutres au risque.

b) (1 point) Un agent de type N a pour utilité espérée $U_N = M + 2\mu - p$ s'il achète un véhicule au prix p , et $U_N = M$ sinon. Autrement dit, il achète un véhicule si $p < 2\mu$ et est indifférent si $p = 2\mu$.

c) (1 point) L'utilité espérée pour un agent de type P qui n'a pas vendu son véhicule (et qui possède donc un véhicule de qualité q_1 ou q_2) est $U_p = M + q_i + \mu - p$, s'il achète un véhicule au prix p , et $U_p = M + q_i$ s'il n'achète pas de véhicule. Autrement dit, il achète un véhicule si $p < \mu$ et est indifférent si $p = \mu$. Si cet agent P a vendu son véhicule, son utilité espérée est $U_p = M + \mu$ s'il achète un véhicule, et $U_p = M + p$ sinon. Autrement dit, pour lui aussi il est intéressant d'acheter un véhicule si $p < \mu$ (et il est indifférent si $p = \mu$).

d) (1 point) Comme précédemment les 5 cas sont les suivants :

$p < \mu$: tous les agents ont intérêt à acheter un véhicule, la quantité demandée est $m + n$.

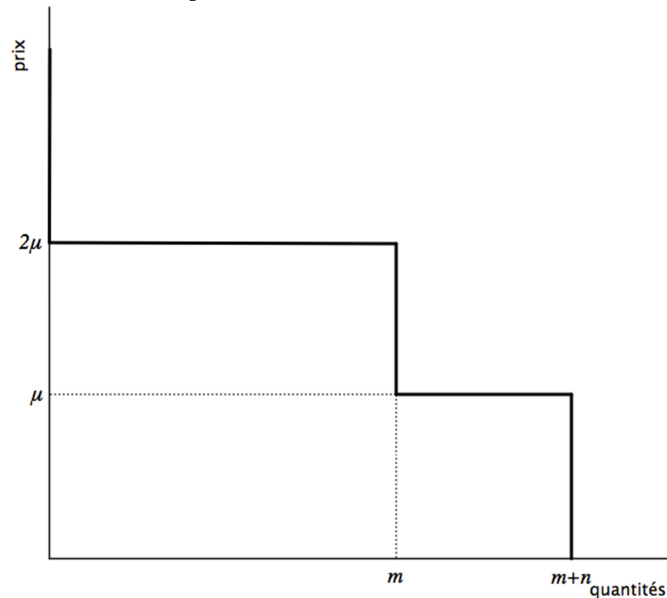
$p = \mu$: les agents de type N ont tous intérêt à acheter un véhicule, les agents de type P sont indifférents entre acheter ou non, la quantité demandée est comprise entre m et $m + n$.

$\mu < p < 2\mu$: les agents de type P n'ont pas intérêt à acheter un véhicule, les agents de type N y trouvent toujours intérêt, la quantité demandée est m .

$p = 2\mu$: les agents de type N sont indifférents entre acheter ou non, la quantité demandée se situe entre 0 et m .

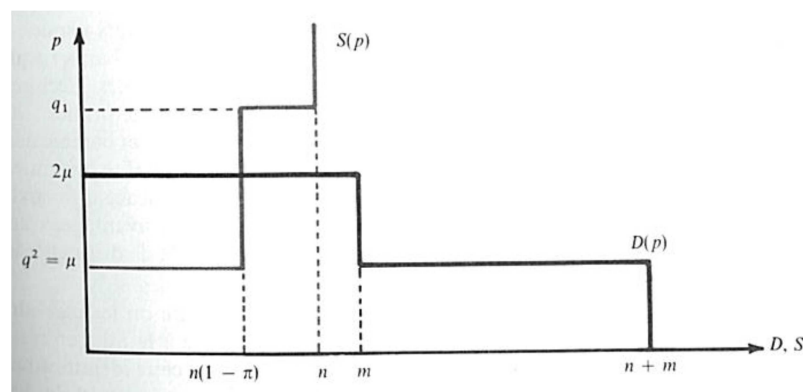
$p > 2\mu$: aucun agent n'achète de véhicule, la quantité demandée est nulle.

e) (1 point) Compte tenu des informations précédentes, on obtient la courbe de demande suivante :



4) (5 points)

a) (1 point)



b) (1 point) La figure montre directement que le prix d'équilibre est 2μ . La quantité échangée est alors $n(1 - \pi)$, soit la quantité de véhicules de mauvaise qualité (5 véhicules).

c) (1 point) Le prix d'équilibre 2μ est inférieur au prix minimal exigé à la vente par les propriétaires de voitures de bonne qualité (c'est-à-dire q_1), puisqu'on a l'hypothèse $2\mu < q_1$. Seules les voitures de mauvaise

qualité sont donc vendues, et la qualité moyenne est $\mu = q_2$. On vérifie donc a posteriori que l'hypothèse $2\mu < q_1$ était cohérente puisqu'on a supposé que $2q_2 < q_1$.

d) (2 points) Si un agent de type N est certain de la bonne qualité d'un véhicule, il serait prêt à le payer à un prix ne dépassant pas $2q_1$ (qui est la satisfaction que va lui procurer la voiture). Simultanément, un agent de type P propriétaire d'un véhicule de bonne qualité est prêt à le céder à un prix supérieur ou égal à q_1 . Tout prix compris entre q_1 et $2q_1$ serait accepté par les deux parties, et l'échange améliorerait la satisfaction de chacun. Cette transaction ne peut pas se réaliser sur le marché car les véhicules de bonne et de mauvaise qualité s'y échangent au même prix.

Année scolaire 2012-2013

CORRIGE DU CONTRÔLE FINAL DES CONNAISSANCES

Durée : 3h00

4 février 2013

Problème 1 – Impact macroéconomique d'un choc d'offre et d'un choc de demande (20 points)

1. Rappeler comment le modèle IS/LM vu en cours permet de déterminer une relation entre le PIB Y et le prix P et justifier le nom de la courbe de demande agrégée (DA) donnée à cette relation. Pour simplifier on supposera que l'économie est une économie fermée (autarcie). La relation (IS) résulte d'une part de l'équilibre comptable sur le marché des biens $Y = C + I + G$, d'autre part des hypothèses de comportement des agents économiques : ménages $C = C(Y - T)$, $I = I(r)$, avec $C' \in]0, 1[$ et $I' < 0$. La relation (IS) décrit une relation décroissante entre Y et le taux d'intérêt r . La relation (LM) résulte d'une part de l'équilibre comptable sur le marché de la monnaie $\frac{M^s}{P} = M^d$ où M^s est l'offre de monnaie et M^d la demande d'encaisses réelles, d'autre part d'une hypothèse sur la demande d'encaisses réelles $M^d = M(Y, r)$ avec $M'_Y > 0$ et $M'_r < 0$. La relation (LM) décrit une relation croissante entre Y et r . L'équilibre (Y, r) du modèle IS/LM s'obtient à l'intersection des courbes (IS) et (LM). Le prix P est considéré comme exogène. Avec ces hypothèses, une augmentation de P réduit l'offre d'encaisses réelles et, dans le plan (Y, r) , déplace la courbe (LM) vers la gauche, conduisant, à l'équilibre, à une augmentation du taux d'intérêt r et à une baisse du PIB Y .
2. On introduit maintenant la fonction de production agrégée de l'économie : $Y = F(L)$ où L est la quantité de travail utilisée (personnes physiques), $F' > 0$, $F'' < 0$. Pourquoi Y ne dépend-il pas du capital? Interpréter les hypothèses $F' > 0$ et $F'' < 0$. On se place à un horizon (court-moyen terme) où le capital peut être considéré comme fixe. La production est donc déterminée par le facteur travail et la productivité $\frac{Y}{L}$. La production augmente avec le nombre de salariés ($F' > 0$) mais la production augmente de moins en moins avec le nombre de salariés ($F'' < 0$, hypothèse de productivité marginale décroissante du travail). Considérer ici uniquement l'emploi en personnes physiques, et non le volume d'heures totales travaillées, revient à supposer que les heures travaillées par tête sont constantes.

3. On suppose que les employés des entreprises négocient le salaire nominal W selon la relation : $W = \omega P^e$ où P^e est le prix anticipé des biens lors de la négociation.
 - (a) Que représente ω ? Comment varie en général ω avec le taux de chômage ? Pour simplifier on suppose dans la suite que ω est exogène et fixe. *Les salariés négocient le salaire nominal W pour atteindre une cible de salaire réel ω (autrement dit, une cible de pouvoir d'achat). Comme les salariés ne connaissent pas le niveau des prix à la période suivante, le salaire nominal négocié dépend donc du niveau des prix anticipé. Plus les salariés ont un pouvoir de négociation élevé, plus ils peuvent négocier avec une cible de salaire réel élevée. Le pouvoir de négociation est moins important quand le chômage est élevé dans l'économie et ω est en général décroissant avec le taux de chômage.*
 - (b) Dans toute la suite, on supposera que l'offre de travail est exogène, égale à la population active N , et est toujours supérieure à la demande de travail. La règle de fixation du salaire W décrite précédemment assure-t-elle l'équilibre entre l'offre de travail des ménages et la demande de travail des entreprises ? *Cette règle de fixation du salaire nominal n'assure pas nécessairement l'équilibre sur le marché du travail car il ne s'agit pas de l'adaptation du salaire pour égaliser offre et demande de travail.*
4. On suppose que les entreprises sont en concurrence parfaite. Ecrire le programme de maximisation du profit de l'entreprise représentative qui découle de cette hypothèse. En déduire la demande de travail des entreprises L en fonction de ω , P , P^e et de la fonction F et/ou de sa dérivée F' . *En concurrence parfaite, l'entreprise considère comme donnés les prix et les salaires et elle choisit la quantité de travail L qui maximise son profit $P.F(L) - W.L$. L'hypothèse de concavité de F permet de déterminer la demande de travail $L = F'^{-1}(\omega \frac{P^e}{P})$.*
5. En déduire l'expression de l'offre de biens des entreprises en fonction de F , F' , ω , P et P^e (courbe OA). Déterminer son sens de variation en fonction de P . Expliquer comment ω et P^e affectent l'offre des entreprises. *L'hypothèse d'excès d'offre sur le marché de travail implique que le travail effectivement utilisé pour produire est égal à la demande de travail des entreprises. L'offre de biens des entreprises est donc $Y = F(F'^{-1}(\omega \frac{P^e}{P}))$. Cette fonction est mathématiquement croissante avec P et décroissante avec ω et P^e (en effet, F' est décroissante car $F'' < 0$ et donc sa réciproque F'^{-1} est aussi décroissante). Economiquement, si P augmente, le prix de vente est plus élevé mais le coût de production (les salaires nominaux) a été déterminé à la période précédente et ne s'ajuste pas à la hausse. Donc les entreprises maximisent leur profit avec une quantité de travail supérieure et l'offre des entreprises augmente. Une augmentation de ω ou P^e augmente le coût de production des entreprises et réduit l'offre : la courbe (OA) se déplace vers la gauche dans le plan (Y, P) .*

6. Comment un choc positif de productivité modifie-t-il la fonction de production F ? Quels sont ses effets sur les courbes (OA) et (DA) ? Donner un exemple de situation où peut se produire un choc de productivité (positif ou négatif). Par quels moyens peut-on en pratique chercher à améliorer la productivité d'un pays ? Est-ce un objectif louable à long terme ? *Par définition, la productivité du travail est égale à $\frac{Y}{L}$. Un choc (exogène) de productivité est un choc d'offre de la part des entreprises, c'est-à-dire, une modification de la fonction F . Quelle que soit la quantité de travail L utilisée, l'entreprise peut produire plus. On peut donc modéliser un choc de productivité positif en choisissant une fonction F_1 telle que $F_1(L) > F(L)$ pour tout L . Un tel choc n'a aucun effet sur la courbe (DA) qui ne dépend pas de l'offre des entreprises. En revanche, le choc conduit à un déplacement de la courbe (OA) vers la droite dans le plan de (Y, P) . Les grandes phases d'innovation (électricité, NTIC, ...) ont été marquées par des chocs d'offres positifs. Pour améliorer la productivité d'un pays, les pouvoirs publics peuvent chercher à mettre en place des réformes structurelles visant à favoriser l'investissement en R&D des entreprises (le Crédit d'Impôt Recherche par exemple). L'amélioration de la productivité est un objectif louable à long terme car cela permet d'augmenter la croissance potentielle de l'économie.*
7. Comment un choc de confiance négatif des ménages modifie-t-il la fonction de consommation $C(Y - T)$? des entreprises $I(r)$? Quels sont les effets sur les courbes (OA) et (DA) ? Donner un exemple de situation où un choc de confiance a pu se produire. *Un choc de confiance des ménages se traduit, à revenu disponible identique, par une moindre consommation. En supposant $C = C_0 + c.(Y - T)$, un choc de confiance peut être modélisé par une diminution de C_0 . Des événements extérieurs engendrant une forte incertitude, comme par exemple les attentats du 11 septembre, les tensions financières actuelles en zone euro, peuvent expliquer pourquoi les ménages peuvent être amenés à moins consommer (et donc à accroître leur épargne). De même, si $I = I_0 + I_1.r$, un choc de confiance négatif des entreprises peut être modélisé par une baisse de I_0 . Une augmentation de l'incertitude peut inciter les entreprises à être plus prudentes et à réduire et/ou reporter leur investissement et déstocker. Dans les deux cas, le choc de confiance négatif déplace la courbe (DA) vers la gauche dans le plan (Y, P) et n'a pas d'influence sur (OA). Il s'agit d'un choc de demande.*
8. Equilibre de court terme : le prix anticipé P^e a été fixé.
- Déterminer graphiquement l'équilibre de court terme dans le plan (Y, P) . *L'équilibre est à l'intersection des courbes (OA) et (DA).*
 - Choc de demande : représenter graphiquement et décrire qualitativement les effets sur la production d'un choc de confiance négatif affectant les ménages ou les entreprises. Quel est l'impact sur le taux de chômage et les prix ? *La courbe (DA) se déplace vers la gauche,*

conduisant à un déplacement de l'équilibre : la production diminue donc le taux de chômage augmente, et les prix diminuent.

- (c) Choc d'offre : représenter graphiquement et décrire qualitativement les effets sur la production et les prix d'un choc de productivité positif. Quel est l'impact sur le taux de chômage et les prix ? La courbe (OA) se déplace vers la droite conduisant à un déplacement de l'équilibre : la production augmente donc le taux de chômage diminue, et les prix diminuent.
- (d) En déduire une règle simple pour distinguer en pratique choc d'offre et choc de demande. Un choc d'offre conduit à une variation de la production et des prix dans le sens contraire, alors qu'un choc de demande conduit à une variation de la production et des prix dans le même sens.

9. Equilibre de moyen terme : le prix anticipé s'ajuste au vrai niveau des prix ($P^e = P$).

- (a) Calculer les niveaux structurels de la production et du taux de chômage qui prévalent à moyen terme en fonction de ω , N et de la fonction F et/ou de sa dérivée F' . Comment cela modifie-t-il la courbe (OA) et l'équilibre de marché ? $\bar{Y} = F(F'^{-1}(\omega))$ et $\bar{u} = 1 - \frac{F'^{-1}(\omega)}{N}$
- (b) Déterminer graphiquement l'équilibre de moyen terme dans le plan (Y, P) . La courbe d'offre dépend-elle de P ? La courbe d'offre est désormais verticale dans le plan (Y, P) : à moyen terme, les prix n'ont pas d'influence sur l'offre potentielle.
- (c) Représenter graphiquement et décrire qualitativement les effets sur la production d'un choc de confiance négatif affectant les ménages ou les entreprises. Quel est l'impact sur le taux de chômage et les prix ? Le choc de confiance n'a pas d'impact sur la courbe d'offre (OA) mais, comme précédemment, déplace la courbe (DA) vers la gauche. Comme la courbe d'offre est verticale, le choc de confiance n'impacte pas la production ni le taux de chômage (naturel). En revanche, les prix diminuent.
- (d) Représenter graphiquement et décrire qualitativement les effets sur la production d'un choc de productivité positif. Quel est l'impact sur le taux de chômage et les prix ? Le choc de productivité positif déplace la courbe verticale (OA) vers la droite dans le plan (Y, P) . La production augmente, les prix diminuent, le taux de chômage (naturel) diminue.
- (e) Comment en pratique peut-on faire pour réduire le taux de chômage naturel ? La question 9a indique que l'on peut diminuer $\bar{u}$ en diminuant N (retirer des personnes du marché du travail, ce qui n'est pas bon pour la croissance à long terme : pré-retraites, etc.) ou en diminuant ω (réduire le pouvoir de négociation des salariés).

10. Transition du court au moyen terme. Partant d'une économie où la production est égale à la production potentielle (telle que $P_0 = P_0^e$), déterminer graphiquement comment agit un choc de confiance négatif au cours du temps :
- (a) à court terme, avant que les anticipations d'inflation ne soient incorporées dans les salaires : (P_1, Y_1) avec $P_1^e = P_0$. La courbe (DA) se déplace vers la gauche et la courbe (OA) est inchangée (P^e ne s'est pas encore ajusté). On a $P_1 < P_0$ et $Y_1 < Y_0$ et le chômage augmente.
 - (b) après que la première évolution du prix a été prise en compte dans la négociation salariale : (P_2, Y_2) avec $P_2^e = P_1$. Les anticipations s'adaptent. La baisse de P^e déplace la courbe d'offre vers la droite. On a $P_2 < P_1$ et $Y_1 < Y_2 < Y_0$: la baisse des prix se poursuit et le chômage revient vers son niveau initial.
 - (c) à moyen terme, une fois que les anticipations d'inflation sont entièrement prises en compte : (P_∞, Y_∞) avec $P_\infty^e = P_\infty$. Le processus d'ajustement se poursuit jusqu'à que les prix anticipés coïncident parfaitement avec les prix. La production et le taux chômage sont alors revenus à leurs niveaux structurels. Les prix ont baissé.

Problème 2 – Financement d’un pont routier (10 points)

1) (3 points)

La Valeur Actualisée Nette s’écrit

$$V = -I_0 + \sum_{n=1}^N \frac{2500 \cdot p \cdot (50 - p)}{(1 + r)^n}$$

Cette expression permet d’identifier les sens de variation suivants.

- V diminue avec I_0 : plus le coût de construction du pont est élevé, moins la concession a de la valeur.
- Comme le montre facilement l’examen du polynôme du second degré $p \cdot (50 - p)$, V augmente avec p quand p est faible (entre 0 et 25) puis V diminue avec p quand p est grand (entre 25 et 50). Economiquement, à partir d’un péage nul où le trafic est maximal mais où le concessionnaire ne touche rien, l’accroissement du péage unitaire fait plus que compenser la diminution du trafic dans les recettes du concessionnaire. Cela est vrai jusqu’à un prix $p=25$ (qui maximise les recettes du concessionnaire). Au-delà de ce prix seuil, c’est l’inverse : l’accroissement du péage unitaire ne suffit pas à compenser la baisse du trafic qui finit par s’annuler totalement (d’où des recettes nulles) si $p=50$.
- V augmente avec N : plus la durée de la concession est grande, plus sa valeur est forte.
- V diminue avec r puisque V est la somme de fonctions qui sont toutes décroissantes en r : plus le taux d’actualisation est élevé, moins les recettes futures tirées des péages ont de la valeur et moins la concession apparaît intéressante. On retrouve l’effet négatif sur l’investissement d’une hausse des taux d’intérêt (en lien par exemple avec un financement de la construction par endettement, les charges financières étant d’autant plus coûteuses que r est grand).

Ainsi, contrairement à ce qu’annonce le membre du gouvernement, ce qui favorise le plus la concession n’est pas de choisir le péage p maximal (50) mais un péage de 25 car c’est ce qui maximise l’excédent brut d’exploitation annuel de l’entreprise privée. En revanche, c’est bien une concession perpétuelle ($N = +\infty$) qui est le plus favorable à l’entreprise privée car elle permet au concessionnaire de toucher davantage d’années cet excédent brut d’exploitation positif.

En utilisant la somme de la série géométrique suivante

$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{(1 + r)^n} = \frac{1}{r} \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{1 + r} \right)^N \right)$$

on peut réécrire la Valeur Actualisée Nette sous la forme

$$V = -I_0 + 2500 \cdot p \cdot (50 - p) \cdot \frac{1}{r} \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{1 + r} \right)^N \right)$$

N.B. Sous cette forme, il est plus difficile d’examiner le sens de variation de V en fonction de r.

2) (4 points)

L’entreprise privée accepte de construire et d’exploiter le pont si et seulement si $V \geq 0$.

V dépend du choix fait par l’Etat pour p et N mais, au maximum, V est égal à la valeur V_{max} obtenue quand l’Etat choisit $p = 25$ et $N = +\infty$. On trouve que la concession a alors pour l’entreprise privée une valeur V_{max} donnée par

$$V_{max} = -I_0 + \frac{W}{r}$$

$$\text{avec } W = 2500 \cdot 25 \cdot (50 - 25) = 1562500$$

W représente l’excédent brut d’exploitation annuel maximal que l’entreprise puisse retirer du pont.

C'est ainsi la valeur de $r \cdot I_0$ qui va jouer un rôle clef, selon qu'elle est plus ou moins grande que W . On peut interpréter $r \cdot I_0$ comme l'intérêt annuel que devrait payer l'entreprise privée si elle finançait la construction du pont par un prêt de maturité infinie au taux d'intérêt r . Pour que la concession soit finançable, il faut que cette charge financière annuelle puisse être couverte par les recettes annuelles tirées des péages qui, dans le meilleur des cas, valent W .

- Si $r \cdot I_0 > W$, alors $V_{max} < 0$ et a fortiori $V < 0$: l'Etat ne peut pas inciter l'entreprise privée à accepter la concession car même les conditions les plus favorables (concession infinie, recette annuelle maximale) ne permettent pas d'amortir le coût de construction du pont.
- Si $r \cdot I_0 = W$, alors $V_{max} = 0$ et l'Etat peut à la limite rendre l'entreprise privée indifférente entre accepter ou non la concession. Pour ce faire, l'Etat doit lui proposer une concession infinie et un péage $p = 25$ ce qui permet par exemple à l'entreprise de financer la construction du pont par un emprunt infini mais qui ne permet de dégager aucun bénéfice net strictement positif. La valeur de la concession est donc nulle.
- Si $r \cdot I_0 < W$, alors $V_{max} > 0$ et l'Etat dispose de plusieurs combinaisons possibles (p, N) qui permettent de rendre V strictement positive et donc d'inciter l'entreprise privée à accepter la concession. Les péages permettent par exemple de rembourser un prêt finançant la construction du pont et de dégager un bénéfice net strictement positif.

Dans ce dernier cas, avec un graphique comprenant p en abscisse et N en ordonnée, on peut représenter la durée de concession N^* qui annule V . Au-dessus de cette courbe, V est strictement positive et on trouve donc dans cette partie du graphe les couples $(p ; N)$ qui déclenchent la construction du pont.

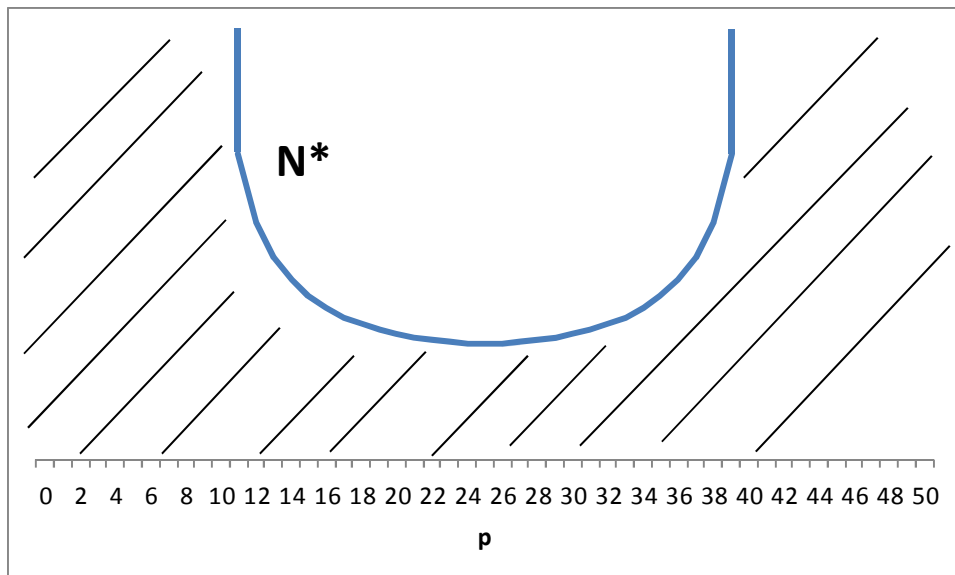
$$V \geq 0 \Leftrightarrow N \geq N^*$$

avec

$$N^* = -\frac{1}{\ln(1+r)} \cdot \ln\left(1 - \frac{r \cdot I_0}{2500 \cdot p \cdot (50-p)}\right) \text{ si } 2500 \cdot p \cdot (50-p) > r \cdot I_0$$

et $N^* = +\infty$ sinon

Dans le cas intéressant où $N^* < +\infty$ pour certaines valeurs de p , la fonction représentant N^* en fonction de p a l'allure suivante.



Dans la zone hachurée, aucune combinaison $(p ; N)$ ne permet de rendre la concession acceptable.

3) (1 point)

L'optimalité sociale requiert que le pont soit tarifé à son coût marginal, qui est ici nul (hypothèse d'absence de coût d'exploitation, une fois le pont construit). L'Etat devrait donc choisir, parmi les couples $(p ; N)$ possibles,

celui qui correspond au prix p le plus bas possible. Quand l'Etat veut inciter l'entreprise privée à accepter la concession, mieux vaut, du point de vue de l'optimalité sociale, jouer sur la durée de la concession en l'allongeant que sur le péage en l'augmentant. Dans le graphe précédent, cela revient à choisir le prix p le plus bas sur la courbe bleue, qui correspond bien à une durée de concession infinie.

4) (2 points)

L'entreprise est neutre au risque car elle maximise l'espérance de sa Valeur Actualisée Nette, c'est à dire $E(\tilde{V})$ avec

$$\tilde{V} = -I_0 + 2500 \cdot \tilde{p} \cdot (50 - \tilde{p}) \cdot \frac{1}{r} \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^{N'}\right)$$

L'hypothèse sur $(p' ; N')$ signifie que

$$-I_0 + 2500 \cdot p' \cdot (50 - p') \cdot \frac{1}{r} \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^{N'}\right) = 0$$

La fonction $\tilde{p} \cdot (50 - \tilde{p})$ est concave (parabole tournée vers le bas) donc

$$E(\tilde{p} \cdot (50 - \tilde{p})) < E(\tilde{p}) \cdot (50 - E(\tilde{p}))$$

Autrement dit

$$E(\tilde{p} \cdot (50 - \tilde{p})) < p' \cdot (50 - p')$$

Par conséquent $E(\tilde{V}) < 0$: l'entreprise refuse la concession.

L'Etat doit donc faire attention quand la société privée considère que les engagements publics sont peu fiables. Bien que l'entreprise privée soit neutre au risque et bien que le péage p' espéré soit celui qui -s'il était certain- assurerait tout juste la rentabilité de la concession, l'entreprise privée n'acceptera pas d'investir compte tenu de l'incertitude. En effet ce qui compte pour l'entreprise ce n'est pas $V(p') = V(E(\tilde{p}))$ qui est nul, mais $E(V(\tilde{p}))$ qui est strictement négatif. La différence entre les deux provient du fait que la valeur de la concession ne dépend pas linéairement du péage $\tilde{p}$.

Problème 3 – Choix d'investissement photovoltaïque (10 points)

1/ (1 point)

$$RN = S \cdot Pc \cdot te \cdot p \cdot (1 - e)$$

2/ (1 point)

Après avoir payé le coût d'investissement $S \cdot I$ l'année 0, l'exploitation de l'installation PV dure T années de l'année 0 à l'année T-1 incluses durant lesquelles le ménage touche RN, donc

$$V = -S \cdot I + \sum_{n=0}^{T-1} \frac{RN}{(1+r)^n} = -S \cdot I + \frac{RN}{r} \cdot \left(1 + r - \left(\frac{1}{1+r}\right)^{T-1}\right)$$

3/ (2 points)

a) L'application numérique donne $\frac{RN}{S} = 4,4 \text{ €/m}^2$ d'où $\frac{V}{S} = -353 \text{ €}$: le ménage n'a pas intérêt à installer de panneaux PV et son meilleur choix est $S = 0$.

(On retrouve ce résultat avec le taux de rentabilité interne (TRI) égal à -12 %, négatif !, inférieur au taux d'actualisation.)

b) L'ensoleillement n'est pas le même partout en France : la valeur numérique retenue pour te devrait normalement varier, par exemple selon la latitude géographique (ménage situé au nord ou au sud du territoire). Pour améliorer le rendement économique de l'installation PV par rapport à la situation type modélisée ici, il faudrait que le ménage soit situé dans une région plus ensoleillée. Supposons par exemple qu'il y ait 12h de soleil par jour pendant les 365 jours d'une année, cela donne $te = 4380h$ au lieu de 900h soit environ 5 fois plus d'énergie produite. Même avec cette hypothèse plus favorable, le bilan reste négatif : on trouve $\frac{V}{S} = -172 \text{ €}$. On peut calculer qu'il faudrait en moyenne plus de 21h de soleil par jour pour que la VAN devienne positive. C'est naturellement impossible : la décision de ne pas installer de panneaux PV ne sera donc pas remise en cause sur le territoire, même dans les régions les mieux ensoleillées.

4/ (2 points)

a) L'application numérique donne maintenant $\frac{RN}{S} = 44,1 \text{ €/m}^2$ d'où $\frac{V}{S} = +68 \text{ €}$: le ménage a intérêt à installer un maximum de panneaux PV et son meilleur choix est donc $S = S_{max} = 50 \text{ m}^2$. Il obtient ainsi une VAN maximale $V = 3381 \text{ €}$.

(On retrouve ce résultat avec le TRI qui vaut numériquement 11 % et est donc supérieur au taux d'actualisation.)

b) Une durée d'ensoleillement moyenne de 2h par jour seulement suffit maintenant pour rendre l'installation de panneaux PV rentable pour le ménage. C'est très faible : il est probable que tous les ménages français voudront s'équiper de panneaux PV dans de telles conditions.

5/ (4 points)

a) Du point de vue microéconomique, ce sont les imperfections de marché qui pouvaient justifier que l'Etat désirât s'éloigner du prix de marché q . Par exemple, s'il y a des externalités positives associées aux panneaux PV, le prix de marché ne constituera pas un signal socialement efficace : il n'incitera pas assez à installer des panneaux PV. Il est donc légitime que l'Etat corrige ce signal pour favoriser la technologie PV. Quantitativement, toutefois, il paraît peu probable que des externalités positives justifient d'accroître de 900 % le signal prix (on passe de 50 à 500 €/MWh). Cela paraît très important comparativement, par exemple, aux ordres de grandeur des taxes environnementales qui visent inversement à pénaliser les moyens polluants de produire de l'énergie. La situation où l'Etat dépend des installateurs de panneaux PV pour connaître les conditions de rentabilité de cette technologie s'appelle une asymétrie d'information. Le risque associé provient de l'incapacité de l'Etat à vérifier les chiffres fournis par les promoteurs de la technologie PV : de ce fait l'Etat risque de prendre des décisions qui ne sont pas les meilleures pour la société dans son ensemble mais plutôt celles qui favorisent les profits privés des promoteurs de la technologie PV.

b) D'après l'énoncé, le prix de l'électricité a augmenté de 180 %. Il est donc passé de 50 €/MWh à 140 €/MWh. Cela paraît cohérent avec l'idée que l'électricité provient désormais à 20 % de panneaux PV (coût de 500 €/MWh) et à 80 % des autres moyens de production (coûts de 50 €/MWh) : $\frac{20}{100} \cdot 500 + \frac{80}{100} \cdot 50 = 140$. Compte tenu des informations fournies, EDF a certainement transféré le surcoût de l'achat de l'énergie PV dans le prix facturé à ses clients puisque ces derniers ont vu le prix de l'électricité facturée augmenter à due proportion. (Il

semble d'ailleurs impossible qu'une entreprise absorbe dans ses marges une hausse de 180 % des coûts. Les marges initiales étaient normalement nettement inférieures à un tel pourcentage.)

c) Le ministre a doublement tort. D'abord, la hausse du prix de l'électricité ne se résume pas à l'apparition d'un transfert de revenu entre agents. Elle déforme les prix relatifs dans l'économie, ce qui modifie les décisions de consommation ou d'investissement des ménages et des entreprises. En particulier, la politique suivie semble avoir conduit à substituer massivement des technologies peu coûteuses (50 €/MWh) par une technologie dix fois plus chère (500 €/MWh) sans que cet écart soit clairement justifié, dans l'énoncé, par des externalités environnementales. Cela a donc dû engendrer une perte de bien-être social, que l'on voit avec la perte de pouvoir d'achat des ménages et, on l'imagine, une perte d'emploi et d'activité pour les entreprises rendues moins compétitives. De plus, le transfert évoqué ne se limite pas aux seuls agents français : d'après l'énoncé, les factures d'électricité plus coûteuses servent largement à transférer finalement des revenus vers les producteurs chinois qui ont fourni les panneaux PV. Enfin, il y a des effets redistributifs : les ménages qui ne sont pas propriétaires de maisons, ne peuvent pas installer de panneaux PV. Ils paient donc leur énergie plus cher sans bénéficier de la rente associée au tarif de rachat.

d) Du point de vue macroéconomique, on peut envisager deux types d'arguments pour justifier une politique volontariste de subvention à l'installation de panneaux PV.

A court terme, le soutien à la filière PV peut être légitimé par un soutien à la demande intérieure, ce qui est susceptible -dans un contexte de chômage keynésien- de relancer l'activité et de faire baisser le chômage. Toutefois, ce type d'argument semble de peu de portée dans le cas présent : la demande supplémentaire dans le secteur PV se fait au prix d'un abaissement de la demande quasi concomitant ailleurs puisque le financement passe par une hausse des prix de l'électricité qui impacte négativement ménages et entreprises ; de plus, il semble y avoir fuite par les importations (la politique de relance bénéficie surtout aux producteurs chinois de panneaux PV).

A long terme, la croissance dépend des gains de productivité. Un soutien à la filière PV est justifié si cette filière est susceptible de créer de tels gains. Cela semble peu probable puisque l'énoncé indique que l'activité de fabrication des panneaux PV est réalisée en Chine et que seuls des emplois temporaires ont été créés dans ce secteur en France (installation des panneaux sur les toits). Au terme de la politique suivie, la France ne dispose pas d'un secteur productif nouveau porteur de gains de productivité.

Au total, ce serait ainsi la Chine qui aurait le plus bénéficié de la politique choisie par le gouvernement d'après les informations fournies : la Chine a vu son activité croître sans avoir à supporter le coût de la politique.

Dans la mesure où, au-delà de l'effet positif de court terme sur l'emploi dans le secteur de l'installation des panneaux, le développement du PV n'engendre qu'une hausse défavorable et durable du coût de l'électricité en France, l'impact macroéconomique devrait être négatif sur l'emploi et l'activité notamment en raison de la dégradation de la compétitivité des entreprises. Cette situation devrait s'améliorer au terme des T années puisque le tarif de rachat prendra fin.

Reste l'effet positif sur l'environnement, non chiffré ici, mais qui semble difficilement suffisant pour justifier les autres effets négatifs cités par l'énoncé.

CORRIGE DU CONTRÔLE FINAL DES CONNAISSANCES

Cours d'Economie Générale

Ecole Nationale des Ponts et Chaussées - Année scolaire 2013 - 2014

Lundi 3 février 2014 - Durée de l'examen : 3 heures

Première partie : Microéconomie

Problème de microéconomie : Le marché du logement (40 points)

I. Effet sur les loyers de l'instauration d'une aide au logement (15 points)

Dans cette section, on s'intéresse aux effets de l'instauration d'une aide au logement sur un segment du marché locatif.

Les ménages (en nombre m) ont, chacun, un revenu R (en euros) et déterminent leur consommation de logement s (en m^2) et d'un bien composite consommé en quantité c , au regard du niveau des loyers, l (en euros / m^2), et du prix du bien composite, p (en euros). On suppose que leur fonction d'utilité est de la forme :

$$U(c, s) = c^\gamma s^{1-\gamma}, \text{ où } \gamma \text{ est une constante, avec } \gamma \in]0, 1[$$

- I.1. (2 points) Comme dans le cours (théorie du consommateur), l'hypothèse implicite ici est celle d'absence d'illusion monétaire; ainsi, puisque seuls comptent les prix relatifs, il est possible de prendre $p = 1$ pour le prix du bien composite, sans perte de généralité.

Le coefficient γ représente le poids de la consommation du bien composite dans les préférences du consommateur représentatif, représentées ici par une fonction d'utilité de Cobb-Douglas. En effet, le taux marginal de substitution du bien composite par le bien logement s'écrit :

$$TMS_{c,s} = - \frac{ds}{dc} \Big|_{U=\text{constante}} = \frac{\partial U / \partial c}{\partial U / \partial s} = \frac{\gamma}{1-\gamma} \frac{s}{c}$$

Ainsi, lorsque $\gamma \rightarrow 0$, le taux marginal de substitution est nul et seule la consommation de logement compte (toute baisse de la consommation du bien composite ne nécessite aucune compensation par une hausse de la consommation de logement pour se maintenir à utilité constante); inversement, lorsque $\gamma \rightarrow 1$, le taux marginal de substitution est infini et il devient impossible de compenser une baisse de la consommation du bien composite par de la consommation de logement.

- I.2. (2 points) La contrainte budgétaire du ménage représentatif s'écrit $R \geq l \times s + 1 \times c$. Le programme du consommateur s'écrit donc : $\max_{c,s} U(c, s) = c^\gamma s^{1-\gamma}$ s.c. $R \geq ls + c$, ce qui est équivalent à :

$$\max_{c,s} \ln U(c, s) = \gamma \ln c + (1-\gamma) \ln s \quad \text{s.c.} \quad R \geq ls + c$$

Le lagrangien s'écrit : $\mathcal{L} = \gamma \ln c + (1-\gamma) \ln s + \lambda(R - ls - c)$, avec $\lambda > 0$ la contrainte de Lagrange. En écrivant qu'à l'optimum $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c} = 0$, $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s} = 0$ et $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0$, on aboutit au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{1-\gamma}{s} = \frac{\gamma l}{c} \\ R = ls + c \end{cases} \iff \begin{cases} s = (1-\gamma)R/l \\ c = \gamma R \end{cases}$$

Il est aisé de vérifier que ce couple de solutions conduit bien à un maximum pour la fonction d'utilité, celle-ci étant concave.

Dans ce modèle, le bien logement est un bien typique, puisque s est une fonction décroissante de l (la demande en logement décroît quand le prix du logement croît). Il s'agit également d'un bien normal, car s est une fonction croissante du revenu R .

La demande totale en logement s'écrit $D(l) = \frac{m(1-\gamma)R}{l}$.

- I.3. (2 points) On suppose que la fonction d'offre agrégée en logement s'écrit $O(l) = al + b$ ($a > 0$, $b < 0$). Le loyer d'équilibre de marché concurrentiel l^* sur le marché du logement s'obtient en résolvant l'équation $O(l^*) = D(l^*)$, soit $\frac{m(1-\gamma)R}{l^*} = al^* + b$, ce qui conduit à l'équation du second degré en l^* suivante : $al^{*2} + bl^* - m(1-\gamma)R = 0$. Vu que $l^* > 0$, on en déduit :

$$l^* = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4am(1-\gamma)R}}{2a}$$

On suppose désormais qu'une réforme instaure une allocation publique de logement de la forme $A = \alpha s$, où s représente toujours la quantité de logement consommée par les ménages de revenu R et α l'aide versée par l'État (en euros / m²). L'allocation reçue par un ménage est donc fonction de la quantité consommée de bien logement.

- I.4. (2 points) La contrainte budgétaire des ménages s'écrit désormais : $R + \alpha s \geq ls + c$, ce qui s'écrit encore : $R = (l - \alpha)s + c$. Tout se passe donc comme si le prix du logement vu par les ménages diminuait de l à $l - \alpha$. On en déduit donc immédiatement les nouvelles quantités de logement et de bien composite consommées par les ménages : $\hat{s} = \frac{(1-\gamma)R}{l - \alpha}$ et $\hat{c} = \gamma R = c$. On note $\hat{D}(\hat{l}) = \frac{m(1-\gamma)R}{l - \alpha}$.

La consommation de bien composite est inchangée, tandis que la consommation de logement augmente : ceci vient du fait que l'allocation $A = \alpha s$ change le prix du logement relativement au bien composite vu par les ménages (les préférences étant inchangées et représentées par une fonction de type Cobb-Douglas, la consommation de logement et de bien composite demeurent égales à une fraction du revenu R des ménages pondérée par le prix des biens, égale à l'exposant affecté au bien dans la fonction de Cobb-Douglas).

Avec une prime forfaitaire R' visant à accroître le revenu des ménages, et telle que $R + R' = \hat{R}$, les nouvelles consommations de logement et de bien composite seraient : $\hat{s} = \frac{(1-\gamma)\hat{R}}{l - \alpha}$ et $\hat{c} = \gamma\hat{R}$. Les consommations de logement et celle de bien composite auraient donc augmenté toutes les deux : l'augmentation du revenu des ménages, de R à $\hat{R}$, à prix relatifs inchangés, aurait conduit au choix d'un nouveau panier de consommation où davantage de chaque bien aurait été consommé. Avec l'allocation logement proportionnelle à la quantité de logement consommée, en revanche, toute l'augmentation de revenu des ménages passe dans la consommation de logement : un biais est ainsi introduit, qui conduit à une « sur-consommation » de logement.

- I.5. (2 points) Le nouveau loyer d'équilibre, $\hat{l}$, s'obtient en résolvant l'équation $\hat{D}(\hat{l}) = O(\hat{l})$, soit $\frac{m(1-\gamma)R}{l - \alpha} = a\hat{l} + b$, ce qui conduit à :

$$\hat{l} = \frac{\alpha}{2} + \frac{-b + \sqrt{(b + a\alpha)^2 + 4am(1-\gamma)R}}{2a}$$

Le différentiel de loyers $\Delta l = \hat{l} - l^*$ est donc égal à :

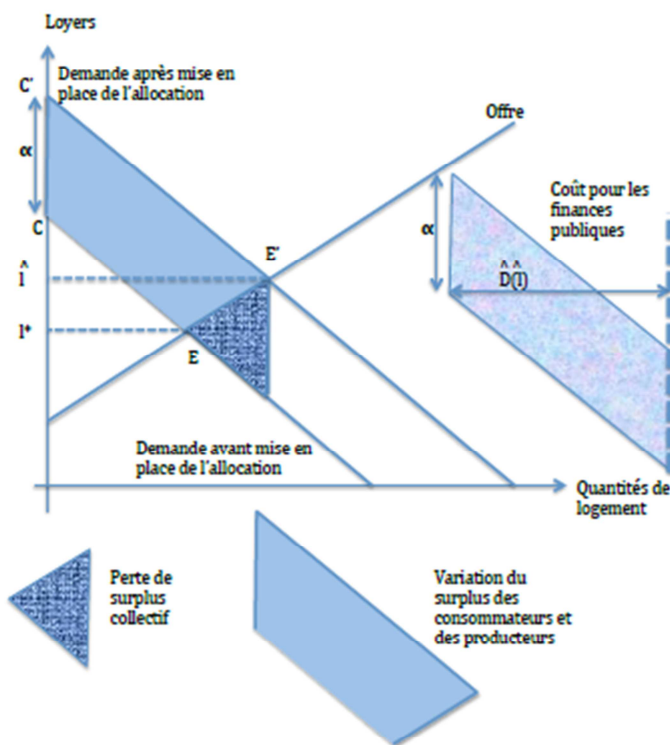
$$\Delta l = \frac{\alpha}{2} + \frac{\sqrt{(b + a\alpha)^2 + 4am(1-\gamma)R} - \sqrt{b^2 + 4am(1-\gamma)R}}{2a}$$

En utilisant le fait que $(\sqrt{A} + \sqrt{B})(\sqrt{A} - \sqrt{B}) = A - B$, on obtient :

$$\Delta l = \frac{\alpha}{2} \left[1 + \frac{2b + a\alpha}{\sqrt{(b + a\alpha)^2 + 4am(1-\gamma)R} + \sqrt{b^2 + 4am(1-\gamma)R}} \right]$$

On voit ainsi que plus de 50 % de l'allocation mise en place est absorbée par l'augmentation du loyer d'équilibre, si $\frac{\alpha}{2} \geq -\frac{b}{a}$, c'est-à-dire si l'allocation est suffisamment grande par rapport au loyer de réservation (celui en-dessous duquel aucun propriétaire ne propose son bien à la location).

- I.6. (1 point) Le coût de la mesure pour les finances publiques est $m \times \alpha \times \hat{s}(l) = \alpha \times \hat{D}(l) = \alpha \times O(l) = \alpha(al + b)$.
- I.7. (4 points) La linéarisation de la fonction de demande est valable pour de petites variations autour de l'équilibre étudié en I.3. (pour de petites valeurs de α). Il est important de voir que le coût pour les finances publiques est égal à l'aire du parallélogramme $CC'E'F$ sur la figure ci-dessous. Comme le trapèze $C'CEE'$ représente la variation du surplus des consommateurs et des producteurs lors de l'instauration de l'allocation logement, on en déduit que la variation du surplus collectif est négative et égale à l'opposé de l'aire du triangle $EE'F$. D'après le modèle développé dans cette section, la mise en place d'une allocation logement ne peut être justifiée du point de vue de l'efficacité économique (la mesure est singulièrement mauvaise pour l'État et pour les consommateurs, même si elle est favorable aux producteurs...).



II. Effet de la mise en place d'un contrôle des loyers (15 points)

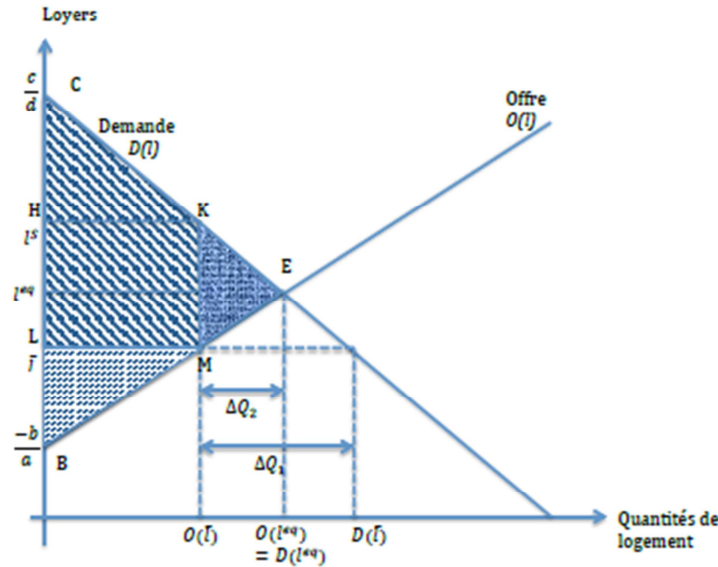
Pour simplifier les calculs, la demande totale en logement est supposée linéaire, de la forme : $D(l) = c - dl$ (on suppose $c > 0$, $d > 0$). L'offre totale de logement est toujours supposée s'écrire $O(l) = al + b$ ($a > 0$, $b < 0$), comme dans la première partie de ce problème.

II.1. (1 point) Le loyer d'équilibre se détermine simplement en écrivant qu'il vérifie $D(l^{eq}) = O(l^{eq})$, soit $c - dl^{eq} = al^{eq} + b$.
On en déduit facilement : $l^{eq} = \frac{c-b}{a+d}$.

On suppose que le gouvernement veut instaurer un plafonnement des loyers à un niveau $\frac{-b}{a} < \bar{l} < l^{eq}$. Il sera donc interdit de louer à un prix supérieur à $\bar{l}$, une fois la disposition adoptée.

On note $\Delta l_c = l^{eq} - \bar{l}$.

II.2. (4 points)



$\Delta Q_1 = (a+d)\Delta l_c = D(\bar{l}) - O(\bar{l})$ représente la pénurie de logements qui apparaît du fait de la mise en place du contrôle des loyers : il s'agit de la différence entre la demande de logement et l'offre de logement au plafond de loyer $\bar{l}$.

$\Delta Q_2 = a\Delta l_c = O(l^{eq}) - O(\bar{l})$ représente le nombre de logements sortant du marché avec l'introduction du blocage des loyers.

On définit l^S comme étant la solution de l'équation $D(l^S) = O(\bar{l})$: $l^S = \frac{c-b-a\bar{l}}{d}$.

La mise en place d'un plafonnement des loyers à un niveau $\bar{l} < l^{eq}$ conduit à une sortie de ΔQ_2 logements du marché locatif et à une pénurie de logements égale à ΔQ_1 , puisque la baisse des loyers conduit à une hausse de la demande par rapport à celle qui prévalait à l'équilibre concurrentiel du marché du logement. Cette mesure s'accompagne d'une perte sèche de surplus collectif liée à la sortie des ΔQ_2 logements du marché locatif : des transactions mutuellement avantageuses entre propriétaires - bailleurs et locataires qui avaient lieu avant la mise en place du contrôle des loyers ne peuvent plus être réalisées. Pour la partie de la demande qui est servie, il y a également un transfert de surplus qui s'opère entre locataires et propriétaires - bailleurs, les premiers payant moins chers leurs loyers et les seconds louant leurs biens à un prix moins élevé que ce qui était le cas avant l'intervention de l'État.

II.3. (3 points) La variation de surplus collectif engendrée par la mesure est égale à l'opposé de l'aire du triangle KEM hachuré sur la figure ci-dessus : $\Delta S = -\frac{\Delta Q_2 \times (l^S - \bar{l})}{2} \leq 0$. La mesure est donc mauvaise pour la collectivité. On montre facilement que : $l^S - \bar{l} = \frac{a+d}{d}\Delta l_c$, d'où l'on déduit : $\Delta S = -\frac{a(a+d)}{2d}\Delta l_c^2$.

- II.4. (2 points)** Dans cette question de statique comparative, on voit facilement que la perte de surplus collectif est d'autant plus importante que a est grand, ce qui semble logique puisque plus a est grand, plus la restriction de l'offre ($\Delta Q_2 = a\Delta l_c$) suite à la mise en place du contrôle des loyers sera importante (plus grande élasticité-prix de l'offre).

De la même façon, la perte de surplus collectif est d'autant plus importante que Δl_c est grand, ce qui est naturel puisque plus a est grand, plus la restriction de l'offre ($\Delta Q_2 = a\Delta l_c$) suite à la mise en place du contrôle des loyers sera importante.

Enfin, on voit que la perte de surplus collectif est d'autant plus importante que d est petit, ce qui correspond à une faible élasticité-prix de la demande et à une courbe de demande plus « verticale », d'où une plus grande base ($l^S - l$) pour le triangle de perte de surplus collectif (a et Δl_c jouant sur la hauteur du triangle).

- II.5. (4 points)** La variation du surplus des consommateurs est égale à la différence entre l'aire du trapèze CKML et celle du triangle CEH. Ainsi : $\Delta S_C = \frac{[(\frac{a}{2} - l) + l^S - l] \times O(l)}{2} - \frac{(\frac{a}{2} - l^{eq}) \times D(l^{eq})}{2}$.

En réarrangeant, et en utilisant les formules obtenues précédemment, on déduit de cette formule que :

$$\Delta S_C = -\frac{\Delta l_c}{2d} \{ [(a+d)^2 + d^2] \Delta l_c - 2d(c - d\bar{l}) \}.$$

Il vient ensuite, en remplaçant Δl_c par son expression ($l^{eq} - l$) que $\Delta S_C \leq 0 \iff l \leq \frac{a}{a+2d} \left(l^{eq} - \frac{2db}{a^2} \right)$.

Dès lors, si $l^{eq} \leq \frac{2db}{a^2}$, $\Delta S_C \geq 0$.

Si $l^{eq} \geq \frac{2db}{a^2}$, et si $\bar{l} \geq \frac{a}{a+2d} \left(l^{eq} - \frac{2db}{a^2} \right)$, $\Delta S_C \geq 0$.

En revanche, si $l^{eq} \geq \frac{2db}{a^2}$, et si $\bar{l} \leq \frac{a}{a+2d} \left(l^{eq} - \frac{2db}{a^2} \right)$, $\Delta S_C \leq 0$.

La variation du surplus des consommateurs peut donc être positive sous certaines conditions (i.e. le gain des locataires qui conservent un logement, qu'ils paient moins cher, est plus important que la perte pour les locataires dont la demande n'est plus satisfaite suite à la sortie de l'offre ΔQ_2 du marché).

- II.6. (1 point)** Au-delà d'un manque de culture économique dans une bonne partie de la classe politique, et du choix d'une solution de facilité consistant à traiter la conséquence (des loyers trop élevés) que la cause (offre trop faible au regard de la demande, du fait de la rareté du foncier, d'une fiscalité trop généreuse pour les propriétaires-occupants, etc.), cette mesure peut être un bon calcul politique si le nombre de locataires bénéficiaires (i.e. qui conservent un logement mais à un loyer plus faible) est plus important que le nombre d'exclus et de propriétaires touchés (mesure pro-consommateurs et pro-insiders).

III. Etude d'un investissement de type « loi Duflot » (10 points)

On considère un particulier, disposant d'une épargne de 200 000 euros, souhaitant profiter du dispositif introduit par la loi dite « Duflot » pour réaliser un investissement locatif. Ce dispositif cherche à encourager l'investissement locatif en octroyant, sous certaines conditions, une baisse d'impôts aux contribuables qui achètent un bien immobilier neuf afin de le donner en location. La réduction d'impôt est de 18 % du coût d'achat du bien immobilier, répartis linéairement sur 9 ans. Ainsi, chaque année, le ménage réalisant un tel investissement paie moins d'impôts à hauteur de 2 % du coût de l'acquisition.

On se place fictivement au 31 décembre 2013. Le particulier pouvant alternativement placer ces sommes à un taux sans risque net i (nominal) de 3 % (dans une assurance vie, par exemple), ce taux sera utilisé comme taux d'actualisation pour les calculs.

Le particulier envisage de réaliser un investissement de $p_{2013} = 200\,000$ euros dans un appartement neuf en région parisienne fin 2013 ($t = 0$) et de le mettre en location à partir de fin 2014 ($t = 1$), jusqu'à fin 2022 ($t = 9$), période pendant laquelle il bénéficie de la réduction d'impôts prévue par le dispositif.

Le particulier envisage de fixer le loyer initial à 4 % du prix d'achat (fin 2013) de l'appartement.

Ensuite, à partir de 2015, il envisage que la revalorisation du loyer sera calculée à partir de l'évolution de l'indice de référence des loyers, publié par l'INSEE. Pour procéder à l'évaluation de l'investissement envisagé, le particulier se fonde

sur l'évolution historique de cet indice, qui s'établissait à 111,47 début 2006 et à 124,25 début 2013, ce qui lui permet de déterminer un taux d'évolution annuel moyen (en moyenne géométrique) des loyers sur la période (noté r).

S'agissant du prix de revente espéré fin 2022, noté $E(p_{2022})$, l'investisseur se fonde également sur l'évolution des prix de l'immobilier en région parisienne sur les quinze dernières années, qu'il évalue à environ $a = 5\%$ en moyenne (géométrique) annuelle sur la période.

Les plus-values immobilières hors résidences principales sont imposées au taux $\tau = 34,5\%$. La base d'imposition est la différence entre le prix de vente (en euros courants, soit en euros fin 2022) et le prix d'achat (en euros courants, soit en euros fin 2013).

On néglige les autres impôts (taxe foncière, imposition des revenus locatifs, etc.) associés à l'achat de l'appartement.

III.1. (2 points) On a : $111,47(1+r)^7 = 124,25$ soit $r = \left[\left(\frac{124,25}{111,47} \right)^{1/7} - 1 \right]$. A.N. $r = 1,6\%$.

$E(p_{2022})$ se calcule en écrivant : $E(p_{2022}) = p_{2013}(1+a)^9$. A.N. $E(p_{2022}) = 310\,266$ euros.

On a : $l_{2014} = 4\% \times 200\,000 = 8\,000$ euros.

Enfin, $R = 2\% \times 200\,000 = 4\,000$ euros est l'économie d'impôts annuelle permise par le dispositif Duflot.

III.2. (3 points) La valeur actuelle nette de l'investissement envisagé est égale à

$$V_1 = -p_{2013} + \sum_{t=2014}^{2022} \frac{l_{2014}(1+r)^{t-2014}}{(1+i)^{t-2013}} + \sum_{t=2014}^{2022} \frac{R}{(1+i)^{t-2013}} + \frac{E(p_{2022})}{(1+i)^9} - \tau \frac{E(p_{2022}) - p_{2013}}{(1+i)^9}$$

On a : $\sum_{t=2014}^{2022} \frac{l_{2014}(1+r)^{t-2014}}{(1+i)^{t-2013}} = \frac{l_{2014}}{1+r} \sum_{t=2014}^{2022} \left(\frac{1+r}{1+i} \right)^{t-2013} = \frac{l_{2014}}{1+r} \frac{1}{1+i} \sum_{k=0}^8 \left(\frac{1+r}{1+i} \right)^k$.

Finalement :

$$V_1 = \left\{ \frac{E(p_{2022})}{(1+i)^9} - p_{2013} \right\} + \left\{ \frac{l_{2014}}{i-r} \left[1 - \left(\frac{1+r}{1+i} \right)^9 \right] \right\} + \left\{ \frac{R}{i} \left[1 - \frac{1}{(1+i)^9} \right] \right\} - \left\{ \tau \frac{E(p_{2022}) - p_{2013}}{(1+i)^9} \right\}$$

A.N. $V_1 = 105\,907$ euros et $V_1/p_{2013} = 0,53$. $V_1 > 0$, il s'agit donc d'un bon investissement.

Le particulier, qui est un investisseur averti, constate que les appels à une réforme ambitieuse de la politique du logement, visant à stimuler l'offre et à revoir la fiscalité immobilière, se multiplient : tribunes d'économistes réputés dans *Les Echos*, notes du Conseil d'Analyse Economique, rapport sur la fiscalité du FMI... Le logement semble également se présenter comme un enjeu fort pour les élections municipales à venir à Paris en 2014. Sont ainsi évoquées des mesures visant à augmenter l'offre en région parisienne ou à taxer davantage le foncier. Ces mesures seraient susceptibles, selon notre investisseur éclairé, de conduire à une baisse des prix de l'immobilier en région parisienne. Il estime ainsi probable, dans ces conditions, un deuxième scénario où le prix de revente de l'appartement ne serait que de 130 000 euros en 2022.

III.3. (2 points) Avec $E(p_{2022}) = 130\,000$ euros et $V_2 = \frac{E(p_{2022})}{(1+i)^9} - p_{2013} + \frac{l_{2014}}{i-r} \left[1 - \left(\frac{1+r}{1+i} \right)^9 \right] + \frac{R}{i} \left[1 - \frac{1}{(1+i)^9} \right]$, on a : $V_2 = -3\,096$ euros. $V_2 < 0$: l'investissement projeté ne serait plus un bon investissement dans ces conditions.

III.4. (3 points) Soit p la probabilité qu'assigne le particulier au maintien d'un *statu quo* en matière de politique du logement en 2014. L'espérance de la valeur actuelle nette de l'investissement, notée E_s , s'écrit : $E_s = pV_1 + (1-p)V_2$.

Le particulier, s'il raisonne en espérance de gain, réalise l'investissement si $E_s \geq 0 \Leftrightarrow p \geq \frac{-V_2}{V_1 - V_2} = \underline{p}$.

A.N. $\underline{p} = 3\%$. Le particulier réalisera donc l'investissement projeté, selon toute vraisemblance.

FIN DU PROBLEME DE MICROECONOMIE

Deuxième partie : Macroéconomie

Problème de macroéconomie : Un modèle schumpétérien de croissance endogène (20 points)

Ce problème développe un modèle de croissance endogène, dans lequel la croissance est engendrée par une séquence aléatoire d'innovations dont l'objet est l'amélioration de la qualité (ou innovation « verticale »). Ce modèle est dit schumpétérien parce qu'il inclut le phénomène que Schumpeter a appelé la « destruction créatrice », c'est-à-dire que les innovations génèrent la croissance en créant de nouvelles technologies, mais également en détruisant les résultats obtenus par les innovations précédentes en les rendant obsolètes.

On s'intéresse ici à un modèle schumpétérien simple à un secteur, dans lequel l'innovation améliore continuellement le même bien. Ce modèle à un secteur contient les idées essentielles de l'approche schumpétérienne.

Préambule : les fondamentaux du modèle

On considère une suite de périodes de temps discrètes $t = 1, 2, \dots$. À chaque période, il y a un nombre fixe de L individus. Chaque individu vit une période et est doté d'une unité de travail qu'il offre inélastiquement. Son utilité dépend seulement de sa consommation et il est neutre vis-à-vis du risque, de telle sorte que son unique objectif est la maximisation de sa consommation espérée.

Les individus consomment seulement un bien, appelé le bien « final », produit par des firmes en concurrence parfaite à l'aide de deux inputs, le travail et un seul bien intermédiaire, selon une fonction de production Cobb-Douglas :

$$Y_t = (A_t L)^{1-\alpha} x_t^\alpha, \text{ où } \alpha \text{ est une constante, avec } \alpha \in]0, 1[$$

où Y_t est l'output du bien final à la période t , A_t un paramètre, et x_t est la quantité utilisée de bien intermédiaire.

Toute l'offre de travail de l'économie L est utilisée dans la production de bien final.

À chaque période, le bien intermédiaire est produit par un monopole, à l'aide du bien final comme unique input, selon une technologie un-pour-un. Ainsi, pour chaque unité de bien intermédiaire, le monopole doit utiliser une unité de bien final comme input. L'output final qui n'est pas utilisé pour la production du bien intermédiaire est disponible pour la consommation et l'investissement dans la recherche et développement.

Q1. (8 points) Dans le modèle de croissance néoclassique étudié en petites classes, la fonction de production de l'économie prenait initialement la forme $Y_t = F(K_t, L_t) = AK_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$. Nous avons alors vu qu'un tel modèle ne décrivait que très imparfaitement la croissance observée au cours du siècle passé, et avons ensuite supposé que le paramètre A_t pouvait évoluer avec le temps. Ce paramètre, qui représentait le progrès technique dans le modèle de Solow, était le déterminant principal de la croissance économique. $Y_t = F(K_t, L_t) = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$ peut se réécrire sous la forme : $Y_t = K_t^\alpha (A_t^{1/(1-\alpha)} L_t)^{1-\alpha}$, ce qui suggère que le progrès technique est équivalent à une augmentation de l'offre de travail « efficace » $A_t^{1/(1-\alpha)} L_t$.

Ainsi, par analogie avec le modèle de croissance néoclassique étudié en petites classes, A_t est un paramètre qui reflète la productivité du bien intermédiaire sur la période t . La formulation $Y_t = (A_t L)^{1-\alpha} x_t^\alpha$ suggère que le progrès technique est équivalent à une augmentation de l'offre de travail « efficace » de L unités à $A_t L$ unités « efficaces ».

Q2. (8 points) L'énoncé indique que l'output final qui n'est pas utilisé pour la production du bien intermédiaire ($Y_t - x_t$) est disponible pour la consommation et la recherche.

L'identité de la comptabilité nationale est la suivante :

$$PIB = \text{Consommation} + \text{Investissement} + \text{Dépenses gouvernementales} + \text{Exportations nettes}$$

L'économie décrite dans ce modèle n'échange pas avec l'extérieur, il n'y a pas de dépenses gouvernementales, et il n'y a pas d'investissement dans le capital physique ou humain. Cependant, il y a de l'investissement dans le capital intellectuel à travers l'activité de recherche. Ainsi, nous avons $PIB = \text{Consommation} + \text{Investissement en R\&D}$.

On a donc $Y_t - x_t = \text{Consommation} + \text{Investissement en R\&D} = PIB_t$ d'après l'identité de la comptabilité nationale.

Production et profits

La croissance est générée par des innovations qui augmentent le paramètre de productivité A_t , du fait de l'amélioration de la qualité du bien intermédiaire. On s'intéresse ici à ce qui arrive à chaque période une fois que A_t a été déterminé.

Q3. (2 points) A la période t , le monopoleur maximise sa consommation espérée en maximisant son profit Π_t mesuré en unité de bien final : $\Pi_t = p_t x_t - x_t$, où p_t est le prix du bien intermédiaire relativement à celui du bien final. En d'autres termes, son revenu est le prix fois la quantité $p_t x_t$, et son coût est son input de bien final, qui doit être égal à son output x_t (le bien intermédiaire est produit à l'aide du bien final comme unique input, selon une technologie un-pour-un).

Le prix d'équilibre d'un facteur de production utilisé dans une industrie parfaitement concurrentielle est égal à la valeur de sa productivité marginale. Par conséquent, le prix p_t du monopole sera donné par la productivité marginale de son bien intermédiaire dans le secteur du bien final, qui, d'après la fonction de production $Y_t = (A_t L)^{1-\alpha} x_t^\alpha$, est : $p_t = \frac{\partial Y_t}{\partial x_t} = \alpha (A_t L)^{1-\alpha} x_t^{\alpha-1}$.

Par conséquent, le monopole choisit la quantité x_t qui maximise $\Pi_t = \alpha (A_t L)^{1-\alpha} x_t^\alpha - x_t$.

Q4. (3 points) La condition du premier ordre de ce problème de maximisation est $\frac{\partial \Pi_t}{\partial x_t} = \alpha^2 (A_t L)^{1-\alpha} x_t^{\alpha-1} - 1 = 0$, ce qui donne directement : $x_t = \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} A_t L$ (on vérifie aisément qu'il s'agit d'un maximum) et le profit d'équilibre $\Pi_t = (1-\alpha) \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} A_t L$, qui sont tous les deux proportionnels à l'offre de travail efficace $A_t L$.

Comme $Y_t = (A_t L)^{1-\alpha} x_t^\alpha$, on en déduit : $Y_t = \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A_t L$.

De $PIB_t = Y_t - x_t$, on obtient : $PIB_t = \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} (1-\alpha^2) A_t L$.

Ainsi, à l'équilibre, l'output final et le PIB de l'économie sont proportionnels à l'offre de travail efficace $A_t L$.

Innovation

On s'intéresse maintenant au processus qui génère les innovations.

A chaque période, il y a un individu (« l'entrepreneur ») qui a l'opportunité de réaliser une innovation. S'il y parvient, l'innovation crée une nouvelle version du bien intermédiaire qui est plus productive que les versions précédentes. Plus précisément, la productivité du bien intermédiaire utilisé passe de la valeur A_{t-1} lors de la période précédente à la valeur $A_t = \gamma A_{t-1}$, où $\gamma > 1$. S'il échoue, alors il n'y a pas d'innovation en t et le bien intermédiaire reste identique à celui qui était utilisé en $t-1$, soit $A_t = A_{t-1}$.

Afin d'innover, l'entrepreneur doit faire de la recherche, une activité coûteuse qui utilise le bien final comme unique input. La recherche est une activité incertaine, qui peut ne générer aucune innovation. Cependant, plus l'entrepreneur dépense des ressources dans la recherche et plus sa probabilité d'innover est importante. Plus précisément, la probabilité μ_t qu'une innovation se produise à chaque période t dépend positivement du montant R_t de bien final dépensé dans la recherche, selon la fonction d'innovation : $\mu_t = \phi(R_t/A_t^*)$, où $A_t^* = \gamma A_{t-1}$ est la productivité du nouveau bien intermédiaire qu'on obtient si la recherche conduit à une nouvelle innovation.

Q5. (1 point) Il devient plus difficile d'améliorer la technologie lorsqu'elle s'améliore car elle devient de plus en plus complexe : la probabilité de l'innovation dépend ainsi inversement de A_t^* . Par conséquent, ce n'est pas la quantité absolue R_t qui est importante pour le succès de la recherche, mais c'est la dépense ajustée par la productivité R_t/A_t^* .

On note $n_t = R_t/A_t^*$ la dépense ajustée par la productivité. On suppose pour simplifier que la fonction d'innovation prend la forme : $\phi(n) = \lambda n^\sigma$, où σ est une constante, avec $\sigma \in]0, 1[$ et λ un paramètre qui reflète la productivité du secteur de la recherche. Il est facile de voir que la productivité marginale de la recherche (ajustée par la productivité) dans la production d'innovations est positive et décroissante.

Arbitrage de la recherche

Si l'entrepreneur innove avec succès en t , il obtient le monopole dans la production du bien intermédiaire sur cette période, parce qu'il est capable de produire un bien de meilleure qualité que n'importe qui d'autre, ce qui lui rapporte

le profit Π_t^* . Sinon, la position de monopole est assignée à quelqu'un qui est choisi aléatoirement et qui est capable de produire le bien de la période précédente.

Q6. (3 points) La récompense d'un innovateur est le profit Π_t^* qu'il obtient, étant entendu que sa probabilité d'innover est $\phi(R_t/A_t^*)$. Le revenu espéré d'un innovateur est donc $\phi(n_t)\Pi_t^*$.

La recherche a toutefois un coût R_t , que l'entrepreneur parvienne ou non à innover, de telle sorte que le bénéfice net qu'il tire de la recherche est : $\phi(R_t/A_t^*)\Pi_t^* - R_t$.

L'entrepreneur choisit ses dépenses de recherche R_t de manière à maximiser son bénéfice net, ce qui implique que R_t doit satisfaire la condition du premier ordre : $\phi'(R_t/A_t^*)\Pi_t^*/A_t^* - 1 = 0$, que nous pouvons écrire, en utilisant les résultats de la question 4 et en posant $\pi = (1 - \alpha)\alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}$, comme l'équation « d'arbitrage de la recherche » : $\phi'(n_t)\pi L = 1$.

Le membre de droite de l'équation précédente est le coût marginal de la recherche. Le membre de gauche est le bénéfice marginal de la recherche, égal à la probabilité d'obtenir une innovation fois la valeur de cette dernière. Le bénéfice marginal est décroissant avec n_t parce que la productivité marginale de la fonction d'innovation ϕ est décroissante avec n_t . Toute modification des paramètres qui augmente le bénéfice marginal ou diminue le coût marginal, accroît l'intensité de la recherche à l'équilibre n_t .

Q7. (2 points) L'équation d'arbitrage de la recherche implique que le niveau de la recherche ajustée par la productivité n_t sera une constante n , et donc la probabilité d'innovation μ_t sera également une constante $\mu = \phi(n)$. Dans le cas de la fonction d'innovation $\phi(n) = \lambda n^\sigma$, on a : $n = (\sigma\lambda\pi L)^{\frac{1}{1-\sigma}}$ et $\mu = \lambda^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} (\sigma\pi L)^{\frac{1}{1-\sigma}}$ (on suppose que λ et π sont suffisamment faibles pour que $\mu < 1$).

Croissance

Le taux de croissance économique est donné par le taux de croissance du PIB par tête.

Q8. (1 point) D'après la réponse à la question 4 ($PIB_t = \alpha^{\frac{2\sigma}{1-\sigma}} (1 - \alpha^2) A_t L$), le taux de croissance économique est également donné par le taux de croissance du paramètre de productivité A_t : $g_t = \frac{A_t - A_{t-1}}{A_{t-1}}$.

Cela implique que la croissance est un phénomène aléatoire.

Q9. (2 points) A chaque période, l'entrepreneur innove avec une probabilité μ , ce qui implique que $g_t = \frac{\gamma A_{t-1} - A_{t-1}}{A_{t-1}} =$

$\gamma - 1$; et il échoue avec une probabilité $1 - \mu$, ce qui implique que $g_t = \frac{A_{t-1} - A_{t-1}}{A_{t-1}} = 0$. Le taux de croissance est gouverné par cette distribution de probabilité à chaque période (loi de Poisson), de telle sorte que, d'après la loi des grands nombres, la moyenne de la distribution $g = E(g_t) = \mu(\gamma - 1)$ est également le taux de croissance de long terme de l'économie. En utilisant le résultat de la question 9 pour remplacer μ dans la formule précédente, le taux de croissance moyen est bien : $g = \lambda^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} (\sigma\pi L)^{\frac{1}{1-\sigma}} (\gamma - 1)$. Comme dans la théorie néoclassique, le taux de croissance à long terme de l'économie est donné par le taux de croissance de A_t , mais celui-ci dépend ici de manière endogène du taux d'innovation de l'économie (à partir d'un problème de maximisation de profit auquel fait face un innovateur potentiel).

Q10. (2 points) μ n'est pas uniquement la probabilité d'une innovation à chaque période : c'est aussi la fréquence des innovations à long terme. En d'autres termes, le paramètre μ indique le nombre de fois où il s'est produit une innovation pour un nombre de périodes données. De même, $\gamma - 1$ est l'augmentation proportionnelle de la productivité résultant de chaque innovation. Ainsi, la formule exprime un résultat simple mais important de la théorie de la croissance schumpétérienne : « A long terme, le taux de croissance moyen de l'économie est égal à la fréquence des innovations fois la taille des innovations ».

D'après l'équation de croissance précédente, l'analyse développée dans le cadre de modèle donne les implications de statique comparative suivantes pour le taux de croissance moyen g :

- (a) La croissance augmente avec la productivité des innovations λ . Ce résultat souligne l'importance de l'éducation et en particulier des études supérieures, comme outils d'amélioration de la croissance. Les pays qui investissent davantage dans l'éducation supérieure atteignent un niveau plus élevé de productivité de la recherche, et réduisent également le coût d'opportunité de la recherche en augmentant l'offre agrégée de travail qualifié.

- (b) La croissance augmente avec la taille des innovations, mesurée par le facteur d'amélioration γ . Le résultat souligne qu'un pays qui est en retard par rapport à la frontière technologique mondiale possède un « avantage lié au retard de développement » (Gerschenkron, 1962). Cela signifie que plus un pays est en retard par rapport à la frontière et plus l'amélioration de la productivité qu'il obtiendra sera importante s'il est capable de mettre en œuvre la technologie à la frontière lorsqu'il innove, et donc plus rapide sera sa croissance.

FIN DU PROBLEME DE MACROECONOMIE

QCM de Macroéconomie (20 points)

- Question 1. A
- Question 2. B
- Question 3. A
- Question 4. C
- Question 5. E
- Question 6. B
- Question 7. D
- Question 8. D
- Question 9. C
- Question 10. E

FIN DU QCM DE MACROECONOMIE

FIN DE L'EXAMEN